



યુક્લિડની ભૂમિતીના

મનોયત્નનો શૂલાસો

સ્કંધ ૧.

રચનાર

પિતાંબરદાસ ત્રિલુવનદાસ મહેતા.

(સઘળા હક ગ્રંથ કર્તાએ પોતાને સ્વાધીન રાખ્યા છે.)

આવૃત્તિ ત્રીજી.

અમદાવાદ.

આ ડીઆમી અમરતલાલના મહાદેવમાં હિતરજૂ  
પ્રેસમાં, પટેલ નેશનલ પ્રિન્ટિંગ એન્ડ પબ્લિશિંગ કંપનીમાં.

સને ૧૮૭૯ સંવત ૧૯૩૫

મુલ સવા રૂપિયા,



SOLUTION OF EXERCISES

# Euclid's Geometry,

## PART I.

BY

PITAMBERDAS TRIBHOWANDAS MEHETA.

( All right Reserved. )

---

THIRD EDITION.

---

Ahmedabad :

Printed at the "HITECHHU PRESS" in Khadia,  
by JAYSING MOOLJI PATEL,

1879

DEDICATED BY PERMISSION

TO

3377  
J. B. PEILE Esquire, M. A. C. S.

Late Director of Public Instruction and  
Municipal Commissioner  
Bombay Presidency.

## IN TOKEN

OF HIS great desire in promoting the Gujarati  
Literature while in the Educational Depart-  
ment and unalloyed impartiality in discharg-  
ing *his duties*.

By His most obedient  
and humble servant,  
THE AUTHOR.

## પ્રસ્તાવના.

હાલ ગુજરાતી ભાષામાં મેઢેરવાન ગ્રહામ સહિત કૃત બ્રહ્મ-  
તિના બાર સ્કંધના ત્રણ ભાગમાં પ્રસ્તકો છે, પહેલામાં પહેલો  
સ્કંધ, બીજામાં બેથા છ સુધી તથા ત્રીજામાં અગીઆરમા અને  
બારમા છે. અને વિદ્યાર્થીને એ ઘણાંજ ઉપયોગી છે, પણ તેમાં  
મ નોયત્નો નહી હોવાથી એક માટી જોઈ છે, એવું ગુજરાત ટ્રેનિંગ  
ગ્રામીણના મહારા સાત વર્ષના અનુભવ ઉપરથી મહારા મનમાં  
આવ્યું હતું માટે બારે સ્કંધનાં મનોયત્ન બહાર પાડવાને ઉત્કં-  
ઠા ઉત્પન્ન થઈ હતી; કારણ કે વિદ્યાર્થીઓને વર્ષના નિયમિત  
વખતમાં તેઓને નિયમિત પાઠ કરવા પડે છે, તેમાં ગુજરાતી  
ભાષામાં તે નહોવાથી વારંવાર તેની નોટ લખવી અને શિક્ષ-  
કને લખાવવી, તેને માટે નિયમિત પાઠ તૈયાર કરવામાં ઘણો  
વખત શ્રેયકાણુ થવાથી કંટાળો ઉત્પન્ન થતો. આ માટી જોઈ પૂરી  
પાડવાને ઘણા કાળના વિચારને હાલમાં દૈવચોગે મળેલી કુરસ-  
માં બની આવવાથી આ પહેલા સ્કંધનાં મનોયત્ન પોટસ,  
કોલેન્સો, એમ્પર્સ, અને હટલ એ પ્રસ્તકોમાંથી ઉપયોગી તારવી  
કહાડી લખાઈ કાઢાં છે. અને તેમાં વિદ્યાર્થીઓને પોટસના પુ-  
સ્તકના અનુક્રમ પ્રમાણે શિખવાને બની આવે માટે તે પ્રથમ  
લખાઈ કાઢાં છે, તથા બીજા પ્રસ્તકોમાંના તેમાં નહી આવેલાં  
તે પૂરવણીમાં મુક્યાં છે. બધાં મળી એકંદર આમાં બસે મ-  
નોયત્ન લીધાં છે.

આ પુસ્તકનું રાંચલુ અગાઉ માશુ ઇન્સ્પેક્ટર મી. ડી. ખી. કંડીસને ખતાવતાં તે જોઈ તેમણે તેની બણી જરૂર જણાવી મને તે જલદીથી બહાર પાડવા ફરમાવ્યું હતું. પરંતુ કામને લીધે રોકાણ થવાથી સમય ઉપર રાખ્યું પડ્યું. મહારા વિચાર પ્રમાણે આ પુસ્તક જેમ છઠા ધોરણના વિદ્યાર્થીઓને ઉપયોગી છે તેમજ મહેતાજીઓને પણ ઉપયોગી થઈ પડશે. આશા છે કે તેઓ તેનો ઉપયોગ કરી પોતાના જ્ઞાનમાં વધારો કરી તેનો લાભ વિદ્યાર્થીઓને આપશે.

આ પુસ્તક બહાર પાડવાને જોઈતી સંભાળ લેવામાં આવી છે તેમ છતાં પાછલ્યા વખતમાં કુટીઆના આજ્ઞારથી કાંઈ સરત ચુક થઈ હોય તો સજ્જત વાંચનારે દર ગુજર કરશે એવી આશા છે.

ગુજરાતી ભાષામાં ગણિતનાં પુસ્તકોની ખોટ છે, અને તે અને તેમ પૂરી પાડવી એમ મહારા મનમાં બણા કાળથી છે, પણ તે વખત અને તેની ઉકાવણી ઉપર આધાર રાખે છે. ખની શકશે તો સમ્રાજા સ્કંધિનાં મનોવત્તન મહારી તૈયાર કરેલી સ્મરણ આપડી પરથી જલદીથી સમય મળે બહાર પાડવાની ધારણા છે અને તે ઇશ્વર તર લાવે એમ માગું છું.

મહારા ગુજરાતી મિત્રોમાં ગણિત વિદ્યાનો યોગ વધે અને તેઓ તેનું સાચી રીતે જ્ઞાન મેળવે, એટલે આવી જાતના મહારા પરિશ્રમનું મને ફળ મળ્યું એમ હું સમજું છું.

તા. ૨૦મી જુન સને ૧૯૭૨

## બીજી આવૃત્તિ વિશે.

આ ગ્રંથની પહેલી આવૃત્તિની ૧૦૦૦ નકલો કહાડી હતી તે નામદાર સરકારને સ્કુલમાં અલાવવા લાયક માલમ પડવાથી તેની ત્રણ વખત યર્ષ ૮૬૫ રાખી અને બાકીની પરચુણુ ખપી ગઈ. બાદ તેની માગણી જીનાગઢના નામદારે ખુદાવંત અલી ઝાં નવાખ સાહેબ બાહાદુર જી.સી.એસ.આઈ. તરફથી ૭૫ અને તેમના નામદાર શાહુજીદા બાહાદુર ખાનજી તરફથી ૫૦ તથા તેમના વજીર મેહુરખાન જમાદાર બાવદીન સાહેબ તરફથી ૨૫ મળી કુલ ૧૫૦ માગવામાં આવી. તેમજ ખાન અહમ્મદખાન તરફથી માગવામાં આવેથી આ આવૃત્તિની ૫૦૦ નકલો કહાડી છે. અરેબર દેશી રાજાઓ આ પ્રમાણે વિદ્ય સંબંધી યોગ્ય ગ્રંથોને આશરે આપતા જોઈ સમજાતા મુસ સજ્જનાને સંતોષ પેંદા થયે.

સારાં પ્રસ્તકોનો જલદી હઠાવ યાયછે; અને તેથી તેના સારા લખનારાઓને હોશ વધેછે. આ એક તેનો દાખલો દેશના વિદ્વાનોને જણાઇ આવશે. આશા છે કે દેશમાં સારા લખનાર વધે અને તેમની જુજ જાણનાર જીનાગઢના નામદાર નવાખ સાહેબ જેવા રાજાઓની વૃદ્ધિ થાય એવી ઈશ્વર પ્રત્યે મહારી પ્રાર્થના છે.

ગણિતનાં પ્રસ્તકોનો આ પ્રમાણે હઠાવ જોઈ કોઈ પણ મુસ જનને સંતોષ થયે અને તેથી મહારા પરિશ્રમ કેટલીક રીતે સફળ થયો એમ હું માનું છું.

તા. ૬મી નવેમ્બર સને ૧૮૭૫



## ત્રીજી આવૃત્તિ વિશે.

આ અંકની બે આવૃત્તિ થાને ૧૫૦૦ નકલો ખપી જ-  
વાથી હાલ તેની આ ત્રીજી આવૃત્તિ બહાર પાડી છે. એમાં  
પૃથ્થક વિગેરે તપાસવામાં ત્રીજી આવૃત્તિમાં થએલી દિવાળ  
થી જે જૂઠું રહેલી હતી તે સુધારવામાં આવી છે. આશા છે  
કે ધનાઢ્ય વિદ્વાનો તેને આશરે આપશે, અને વિદ્યાર્થીઓ  
તેનો ઉપયોગ કરી આ ઉપયોગી વિદ્યાનું જ્ઞાન સંપાદન ક-  
રશે, જેથી મને માહારા પરિશ્રમ સફળ થએલા સંતોષ  
મળશે.

તા. ૧૬ મી નવેમ્બર સને ૧૯૭૯

અંક કર્તા.



# મનોયલનો લુલાસો.

## યુક્લિડની ભુમિતિ

### સ્કંધ ૧.

મનોયલ ૧૬. કૃત્ય—એક આપેલી (અથવા) સીધી લીટીના સરખા ત્રણ ભાગ કરવાનું. (આકૃતિ ૧લી જો).

સાધન—અવલીટી ઉપર (પે. ૧) અથવા સમપાશુ ત્રિકોણ કર. અને (પે. ૬) અથવા તથા બે અથવા ખૂણાને દૂભાગીને વડ તથા અડ લીટીઓ દોર; ડ બિંદુથી (પે. ૩૧.) અથવા તથા બે ને ડલ તથા હમ સમાંતર લીટીઓ દોર. તેઓ અથવા લીટીને લ તથા 'મ' બિંદુએ મળવાથી અલ, લમ તથા મવ એ ત્રણ અથવા લીટીના સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—કેમ કે  $\angle લઅડ + \angle અડલ = \angle ડલમ$  (પે. ૩૨)  $\angle ડઅક = \angle અડલ$  (પે. ૨૬.) અને  $\angle ડઅક = \angle ડઅલ$  કે કારણ કે દૂભાગ છે. માટે  $\angle લઅડ = \angle અડલ$  છે. માટે  $૨\angle અડ = \angle ડલમ = \angle અઅક$  છે. અને તેજ પ્રમાણે  $\angle અઅક = \angle ડઅલ$ . તે જ્યારે  $\Delta અકબના$  બે ખૂણા અનુક્રમે  $\Delta ડલમ$ ના બે ખૂણાની બરાબર છે તે ત્રીજો  $\angle ક = \angle લડમ$  છે. (પે. ૩૨ અનુ.) અથવા  $\Delta$ ના ત્રણ ખૂણા બરાબર છે તે ડલમ  $\Delta$ ના ત્રણ ત્રણ ખૂણા બરાબર માટે તે સમપાશુ છે. (પે. ૬) અને

અલ = ડલ તથા વમ = ડમ છે. તેથી અલ = લમ = મવ છે. એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન રજી પ્રમેય—એક (અક્કડ) સમાંતર બાજુ બે-બાજુની સાથેસાથેની (અક તથા ડવ) બાજુઓને દુભાગીને (ફે તથા ફે) દુભાગ બિંદુઓથી તેઓના સામેના ખૂણા સાંધે તો સાંધનારી (અઈ તથા વફ) લીટીઓથી, સમાંતર બાજુ બે-બાજુની (કડ) ધણી લીટીના સરખા ત્રિભાગ થયે. (આકૃતિ ૨૭)

હવે કડ ને સમાંતર ફન દોર. (પે. ૩૧) અફન તથા ક-ફગ ત્રિધોણમાં અફ = કફ (આ. ૨૨ના) છે.  $\angle$ અફન =  $\angle$ ગક-ફ છે. (પે. ૨૯) તેજ પ્રમાણે  $\angle$ નઅક =  $\angle$ ગકફ છે. માટે કગ = ફન છે (પે. ૨૯). વળી અઈ તથા વફ સમાંતર છે. એને ફન તથા ગમ સમાંતર છે. તેથી ફન = ગમ (પે. ૩૪) માટે કગ = ગમ. હવે  $\angle$ ગકફ =  $\angle$ મડઈ છે. (પે. ૨૯) ને તે-મજ  $\angle$ કગફ =  $\angle$ નમગ છે. એને  $\angle$ નમગ =  $\angle$ ડમઈ છે. (પે. ૧૫) માટે  $\angle$ ડમઈ =  $\angle$ કગફ ને ડઈ = કફ માટે (પે. ૨૯) ડમ = કગ ને કગ = ગમ (ઉપ. ૩) તો ડમ = ગમ = કગ (પ્રત્ય. ૧) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન રજી કૃત્ય—બે (અવ તથા અક) સમાંતર નહીં એવી સીધી લીટીઓની વચ્ચે આપેલા (ડ) બિંદુથી એ બે લીટીઓને અડતા સુધી એવી લીટી દોરવી કે તે આપેલા બિંદુ આગળ દૂભાગવ. (આકૃતિ ૩૭).

સાધન—ડ બિંદુથી અક ને સમાંતર ડલ દોર (પે. ૩૧) ને

અબ ને સમાતર ડસ દોર; અસ = સન રાખ. નડ સાંધ. નડ ને મ સુધી વધાર. તો દોરવાની લીટી નમ છે.

સિધ્ધતા—દમ કે સડન તથા ડમલ  $\Delta$  માં (પે. ૨૯)  $\angle$  સ-નડ =  $\angle$  મડલ છે. ને તેજ પ્રમાણે  $\angle$  સડન =  $\angle$  લમડ છે. અ-સ = લડ છે. (પે. ૩૪) ને અસ = સન રાખેલી છે. માટે સન = લડ તો (પે. ૨૯) નડ = ડમ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૪ થું. કૃત્ય—કોષપણુ (અબ) લીટીની બહાર એકજ તરફ (ક તથા ડ) બિંદુઓ આપેલાં છે. તો આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ થોડી કહાડવું કે તે બિંદુથી આપેલાં બે બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓનો આપેલી લીટી સાથે બરાબર ખૂણા કરે, ને તે બિંદુથી બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓનો સરવાળો આપેલી લીટીના બીજા કોષપણુ બિંદુથી આપેલાં બે બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓના સરવાળા કરતાં નાનો થાય (આકૃતિ ૪ થી)

સાધન—ક બિંદુથી અબ બાજુ ઉપર ક અ લંબ દોર; (પે. ૧૨) ને ક અ ને વધાર. ને અક = અફ રાખ તો ફ તથા ડ બિંદુને સાંધનારી લીટી અવ ને ઇ બિંદુ એ છે દશે એટલે તે સાધવાનું ઇ બિંદુ થશે. ઇ તથા ક સાંધ.

સિધ્ધતા— $\Delta$  અકઈ તથા  $\Delta$  અફઈ માં અક = અફ છે. અઈ સાધારણ છે,  $\angle$  કઅઈ =  $\angle$  ફઅઈ કારખૂણા છે માટે  $\angle$  અઈ-ક =  $\angle$  અઈફ (પે. ૪) ને  $\angle$  અઈફ =  $\angle$  ડઈન છે, (પે. ૧૫) માટે  $\angle$  ડઈન =  $\angle$  અઈક.

હવે ન તથા ફ બિંદુ સાંધી લીધાં તો અકન તથા અકન  
 $\Delta$ માં ફન = કન (પે. ૪) ને ડડ+કડ = ઢફ, તે ડ ન +  
 ફમ કરતાં ઢફ નાની છે. (પે. ૨૦) ને ફન = કનછ માટે  
 કન+ડન પૂણુ ઢફ કરતાં માટી. માટે ડન+કન તે કડ+કડ  
 કરતાં માટી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫ મું. કૃત્ય—કોઈપણ અવક ત્રિકોણનો (મન)પા  
 ચો આપ્યો છે ને તેની સામનો(લ) ખૂણા આપેસા છે. અને  
 બાકીની એ બાજુનો સરવાળો(અડ)આપેસો છે. તે ઉપરથી  
 તે ત્રિકોણ કરવાનું.

(નિયમની સિદ્ધતા.)

અવક  $\Delta$ ની અક બાજુને વક = કડ કર (પે. ૩) ઢવ સાંધ.  
 માટે  $\angle$ કવડ =  $\angle$ વડક (પે. ૫) અને  $\angle$ વડક +  $\angle$ કવડ =  $\angle$ અક  
 વ છે. (પે. ૩૨) માટે  $\angle$ અકવ ના અર્ધની બરાબર  $\angle$ વડક  
 યથો. ત્યારે અવક  $\Delta$ માં અવ પાયા સામનો ને  $\angle$ અકવ ના  
 અર્ધની બરાબર (અક + વક =) વડના ઢ છેડાથી ખૂણો ક-  
 રતાડી ઢવ લીટી દોરવાથી તે અવ પાયાને ઐક્ય છે. (આ ઉ-  
 પરથી નીચેનો નિયમ નિકળે છે.)

નિયમ—કોઈપણ ત્રિકોણની એ બાજુના સરવાળા નેટલી  
 લીટીના છેડાથી તે ત્રિકોણના માથાના ખુણાના અર્ધ નેટસો ખૂ-  
 ણો કરીએ તો તે ખૂણો કરનારી લીટી પાયાને અડીને જાય  
 છે. (આકૃતિ ૫મી)

સાધન— $\angle$ લને (પે. ૯) દુભાગ અને (પે. ૩૨)  $\angle$ દલગ -

હ બિંદુ આગળ  $\angle$ અડવ રાખીને હવ લીટી દોર. અને અ  
મધ્ય બિંદુથી મન ત્રિજ્યાએ ગોળ કર્યો તો તે વ બિંદુએ  
હવને મળશે. ને વડ સાથે  $\angle$ અડવ =  $\angle$ હવક રાખ. (પે ૨૩)  
તો ક બિંદુએ અડને વક મળશે એટલે કરવાનો વઅક  $\angle$ થશે.

સિદ્ધતા—વક = કહ (પે. ૬) ને  $\angle$ કહવ +  $\angle$ કવહ =  $\angle$ અકવ  
(પે. ૩૨) છે તેથી કરવાનો અવક  $\angle$  છે. કેમ કે  $\angle$ હધા  $\angle$ અ  
કવ બમણો છે. માટે તે આપેલા  $\angle$ લ =  $\angle$ અકવ થયો. તથા  
અહ = અક + વકને મન = અવ પાયા છે એ સિદ્ધ.

મનોયતન ૬ હુંકલ—કોષપણ એક (અવક) ત્રિકોણની એક  
(અવ) બાજુમાં આપેલા (હ) બિંદુથી એવી લીટી દોરવી  
તે લીટીથી ત્રિકોણના બે સરખા ભાગ થાય.

સાધન—અક બાજુને ૩ આગળ દુભાગ. ( પે. ૧૦ )  
ઈહ, સાંધ. ઈહ ને સમાંતર વ બિંદુથી વફ દોર. (પે. ૩૨)  
વઈ તથા હફ સાંધ. એટલે દોરવાની લીટી હફ થશે.

સિદ્ધતા—અવઈ  $\triangle$  = વકઈ  $\triangle$  છે (પે. ૩૮) અને વહઈ  $\triangle$  = ફ.  
હઈ  $\triangle$  (પે. ૩૭) એ બંનેમાંથી ફનઈ  $\triangle$  બાદ કરીએ તો વહન  
 $\triangle$  = ફઈન  $\triangle$  હવે અવઈ  $\triangle$  - વહન  $\triangle$  + ફઈન  $\triangle$  = અકહ  $\triangle$  =  
વકઈ  $\triangle$  - ફનઈ  $\triangle$  + વહન  $\triangle$  = વહફક ચોખ્ખુ થયો. એટલે અવ  
ક  $\triangle$  ના બે બરાબર ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયતન ૭ મેથેય—એક (અવકહ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ  
ની બહાર આપેલા (ઈ) બિંદુથી તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ ક-  
રનારી બાજુઓના (અકતથા કહના) છેડા સાંધનારી લીટી-

એવા યએલા (અકઈ તથા કહઈ) ત્રિકોણનો સરવાળો તે સમાંતર આજી ચોખ્ખાણી કર્યું લીટીના (ક) તથા (ચ) છેડા આપેલા (ઈ) બિંદુ સાથે સાંધવાથી યએલા (ચકઈ) ત્રિકોણની બરાબર છે. પણ જો બિંદુ માંડે ચોખ્ખું હશે તો તે બે ત્રિકોણની આદખાત્રી બરાબર છે.

અક ને સમાંતર રૂ બિંદુથી (પે ૩૧) રૂફ લીટી દોર. કહ લીટીના ગ છેદન બિંદુથી ગમ તથા ગચ સાંધ તો અકઈ $\Delta$  = અકગ $\Delta$  (પે. ૩૭) તેમજ કગ પાયા ઉપરના કગચ $\Delta$  = કગઅ $\Delta$  માટે અકઈ $\Delta$  = કગચ $\Delta$ . વળી ડચ પાયા ઉપરના ડચઈ $\Delta$  = ડચગ $\Delta$  (પે. ૩૭)એ બેમાંથી $\Delta$  હવે આદ કરીએ તો આત્રી ગહચ $\Delta$  = હહઈ $\Delta$ . માટે અકઈ $\Delta$  + હહઈ $\Delta$  = કગચ $\Delta$  + ગહચ $\Delta$  એટલે કહચ $\Delta$  = અકઈ $\Delta$  + હહઈ $\Delta$  એ બરાબરમાં કહઈ $\Delta$  ગળે તો કચઈ $\Delta$  = અકઈ $\Delta$  + હહઈ $\Delta$  કહઈ $\Delta$  છે; પણ કહઈ $\Delta$  + હહઈ $\Delta$  = કઈહ $\Delta$  માટે અકઈ $\Delta$  + કઈહ $\Delta$  = કઈચ $\Delta$  એ સિધ્ધ, (જો રૂ બિંદુ માંડી હશે તો પણ એજ પ્રમાણે વિચારથી થશે.)

મનોમત્તન ટમું કૃત્ય—(અવ) પાયા ઉપર એક સમર્ધિ આજી ત્રિકોણ એવી રીતે કરવો કે જોની દરેક આજી પાયા કરતાં બમણી થાય. (પહેલા સ્કંધની પ્રથમની ત્રણ પ્રતિસા લાગુ પાડવા સિવાય કરવો.)

સાધન—અ તથા ચ મધ્ય બિંદુ ધારી અવ ત્રિકોણાએ અઈ, ચહ ગોળ કર, અવ ને રૂ તથા હ બિંદુ સુધી વધાર. અ મધ્ય બિંદુ

ધારીને અડ ત્રીજ્યાએ ડનગ ગોળ કર, ને વ મધ્ય બિંદુ ધારીને વડ ત્રીજ્યાએ વનલ ગોળ કર. ને છેદના બિંદુ ને અ તથા વ સાંધ. એટલે કરવાનો સમદ્વિ બાજુ ત્રિદાણુ અવન થશે.

સિદ્ધતા.—કેમકે ૨ અવ = વડ છે. ને વડ = વન છે. માટે ૨ અવ = વન વળી અડ = ૨અવ ને અડ = અન છે. માટે અન = ૨અવ માટે અવને  $\Delta$ માં અન = વન = ૨અવ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯ પ્રમેય.—પહેલા સંક્રંધની પાંચમી પ્રતિસાની આકૃતિમાં (ફક) અને (વગ) ને (હ) બિંદુ આગળ છેદાય છે, ત્યાંથી દોરેલી (અહ) લીટી (વઅક) ખૂણાને દૂભાગશે.

$\angle$ હવક =  $\angle$ હકવ છે. માટે વહ = કહ (પે. ૬) ને વઅહ તથા કહઅ  $\Delta$ માં અહ બાજુ સાધારણ છે. વઅ = કઅ છે. (ઉપ પ્ર.) માટે  $\angle$ વઅહ =  $\angle$ કઅહ (પે. ૮) એ સિદ્ધ. . .

મનોયત્ન ૧૦ પ્રમેય.—પહેલા સંક્રંધની પાંચમી પ્રતિસાની આકૃતિમાં (ફવગ) ખૂણા (અવક) ખૂણાની બરાબર હોય અને (વગ) તથા (ફક) એક બીજાને હ આગળ છેદે તો (વહફ) ખૂણા (વઅક) ખૂણા કરતાં બમણો થશે.

કેમકે  $\angle$ અ +  $\angle$ અવક =  $\angle$ વકગ (પે. ૩૨). ને  $\angle$ વકગ =  $\angle$ કવફ એટલે  $\angle$ કવફ =  $\angle$ અ +  $\angle$ અવક અને  $\angle$ અવક =  $\angle$ ફવહ આપેલા છે તો તે પહેલામાંથી અનુક્રમે બાદ કર્યા તો  $\angle$ અ =  $\angle$ કવહ રહ્યો.  $\angle$ વકહ +  $\angle$ હવકે =  $\angle$ વહફ છે. (પે. ૩૨). માટે ૨  $\angle$ હવક =  $\angle$ વહફ પણ  $\angle$ કવહ =  $\angle$ અ છે માટે  $\angle$ અ =  $\angle$ વહફ એ સિદ્ધ.



મનોયલ ૧૧ મું પ્રમેય.—એક (અવક) સમદ્વિ ખાણુ ત્રિકોણના માયાના ખૂણાને દૂભાગનારી (અઢ) લીટી પાયાને દૂભાગે છે ને પાયા ઉપર લંબ છે.

અવ = અક,  $\angle$ વઅઢ =  $\angle$ ડઅક અને અઢ લીટી અવઢ તથા અઢક  $\Delta$ માં સાધારણ છે.  $\therefore$ વઢ = ડક અને  $\angle$ અઢવ =  $\angle$ અઢક  $\therefore$ ડ આગળના ખૂણા કાટખૂણા (આ. ૧૦)એ સિધ્ધ.

મનોયલ ૧૨ મું પ્રમેય.—એક (અવક) સમદ્વિ ખાણુ ત્રિકોણના પાયાના દરેક (વ તથા ક) છેડાયા તેની સામગ્રી ખાણુ ઉપર (વડ તથા કઢ) લંબ હોયો તો તે દરેક લંબ અને પાયા એએયાથી થએલો દરેક ખૂણો ત્રિકોણના માયાના (અ) ખૂણાથી અરધો છે.

$\therefore$   $\angle$ અ દૂભાગનારી લીટી પાયાના કોણક બિંદુને મળતા સુધી વધાર (પે. ૯) તો ફઅ લીટી પાયા ઉપર લંબ છે. (મ. ૧૧) હવે અકક તથા ડવક  $\Delta$ ના  $\angle$ અકક =  $\angle$ ડવક અને  $\angle$ અકક =  $\angle$ વઢક કાટખૂણા છે, તો બાકીનો  $\angle$ ફઅક =  $\angle$ વકઢ (પે. ૩૨ મી આનુ.) પણ  $\angle$ ફઅક =  $\frac{1}{2}\angle$ વઅક છે. માટે  $\angle$ ઢકવ =  $\frac{1}{2}\angle$ વઅક તેજ પ્રમાણે  $\angle$ કઢઈ =  $\frac{1}{2}\angle$ વઅકએ સિધ્ધ.

મનોયલ ૧૩ મું પ્રમેય.—એક (અવક) ત્રિકોણના માયાના ખૂણાને દૂભાગનારી (અઢ) લીટી નો પાયાને દૂભાગે, તો તે સમદ્વિ ખાણુ ત્રિકોણ થશે.

અઢ ને વધાર અને અઢ = ડઈ રાખ. (પે. ૩) ઇક સાધ. અવઢ તથા કઢઈ  $\Delta$ માં વઢ = ડક, અઢ = ડઈ (આ. ૨૪) એ

ને  $\angle$ અઢવ =  $\angle$ કઢઈ (પે. ૧૫).<sup>૧</sup> અવ = કઈ અને  $\angle$ વઅઢ  
=  $\angle$ કઈઢ (પે. ૧) પણ  $\angle$ વઅઢ =  $\angle$ કઅઢ છે.<sup>૨</sup>  $\angle$ કઅઈ =  
 $\angle$ કઈઅ.<sup>૩</sup> અક = કઈ (પે. ૧).<sup>૪</sup> અવ = અક એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪મું કૃત્ય—અંક આપેલી (અવ) સીધી લીટી-  
માં અંકે બિંદુ શીધી કાઢવું કે તેની બેઠે બાજુએ આપેલાં (ક)  
તથા (ઢ) બિંદુથી તે બિંદુ સુધી દોરેલી લીટીઓમાંથી યાંએસા  
ખૂણો તે આપેલી લીટીમાં દૂરમાગવ.

સાધન—કમિંદુથી (પે. ૧૨) કઈ લંબોદાર તેને વધા-  
વુંને કઈ = ફક રાખ (પે. ૩) ઢક સાધ એ સાધનારી ફઢ  
લીટી, અવ ને ગ બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર, ગક સાધ.  
તો માગેલું બિંદુ ગ થયે.

સિદ્ધતા—સાધન ઉપરથી કઈગ  $\Delta$  = ફઈગ  $\Delta$  અંક ૩૫ (પે. ૪)  
માટે  $\angle$ ફઈગ =  $\angle$ કઈગ માટે માગેલું ગ બિંદુ છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫મું પ્રમેય—પહેલા સ્કંધની પાંચમી પ્રતિતા  
ની આકૃતિમાં ધારો કે (અવ) અને (અક)ના વધારામાંના (ફ)  
અને (ગ) બે બિંદુથી (ફઈ અને ગસ) બે લંબોદાર્યા તે (ફક  
અને ગવ) ની બરાબર અનુક્રમે રાખ્યા. વળી (વઈ અને ક-  
સ)ને વધારવાથી તેઓને (ન) બિંદુ એ મળે છે. તો સિધ્ધ કર  
કે (વઈ અને કસ) (વન) તથા (કન) બરાબર છે.

કેમકે વફઈ તથા ગકસ  $\Delta$ માં ફઈ = ગસ, ફવ = ગક તથા  $\angle$ વ  
ફઈ =  $\angle$ કગસ (આ. ૨૨.) વઈ = કસ તથા  $\angle$ ફવઈ =  $\angle$ ગકસ  
(પ્ર. ૪) પણ ફવક =  $\angle$ ગકવ (પે. ૫).<sup>૧</sup>  $\angle$ નકવ =  $\angle$ નવક.<sup>૨</sup>

કન = ચન ( પે. ૧ ) એ સિધ્ધ.

• મનોયત્ન ૧૬મું પ્રમેય.—એક (અવ) સીધી લીટીના કોષ (ક) ખિંદ્યા તેની બેઢ બાજુ તરફ આપેલા ( ગ તથા ડ ) ખિંદુ સુધી દોરેલી લીટીઓ બરોબર થાય છે. અને તે દોરેલી લીટીઓ તથા આપેલી લીટીયા થએલા ખૂણા બરોબર છે. તે આપેલાં બે ( ગ તથા ડ ) ખિંદુને સાંધનારી આપેલી લીટી પર લંબ છે.

કગમ તથા કઢમ  $\Delta$  માં કગ = કઢ,  $\angle$  ગકમ =  $\angle$  ઢકમ અને કમ સાધારણ.  $\angle$  કમગ =  $\angle$  કમઢ ( પે. ૪ ) માટે તે દરેક કાટ ખુણો છે. ( વ્યા. ૧૦ ). અવ ઉપર ગઢ લંબ છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૭મું પ્રમેય.—એક (અવક) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણમાં માથાના (અ) ખૂણા તરફ તેની એક (વઅ) બાજુને તેના જોડેલી ( ડ સુધી ) વધારી અને તે ( ડક ) ખિંદુ સાંધ્યા તો ( વકઢ ) ખૂણો કાટખૂણો થશે.

અવ = અક = અઢ છે. તેથી  $\angle$  ડ =  $\angle$  અકઢ ને  $\angle$  વ =  $\angle$  અકવ ( પે. ૫ ).  $\angle$  વકઢ =  $\angle$  અવક + અઢક.  $\angle$  વકઢ કાટખુણો છે ( પે. ૩૨ ના ૨જા અનુ. ) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૮મું પ્રમેય.—એક (અવક) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના (વક) પાયા ઉપર તેના કોષ (ક) ખિંદ્યા દોરેલા લંબ એક (વઅ) બાજુ ને ( ડ આગળ ) છેદે; અને તે લંબને તથા બાજુ ( કઅને ) બાજુ વધારવાથી તેઓ ( ઈ ) ખિંદુએ મળે, તો તેથી થયેલો ( અઢઢ ) ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ થશે.

હવે તથા કફઈ  $\Delta$ માં  $\angle$ હવફ =  $\angle$ ફકઈ ( પે.૫ ) ને ફ પાસેના કાટખૂણા છે માટે  $\angle$ હવફ =  $\angle$ કઈફ ( પે. ૩૨ ) વળી  $\angle$ વહફ =  $\angle$ અહઈ ( પે. ૧૫ )  $\therefore \angle$ અહઈ =  $\angle$ અહઈતા અઈ = અહ ( પે.

૧ ) માટે ( ૨૫ વ્યા. ) અહઈ સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ છે. એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૯ ઝું પ્રમેય—પહેલા રૂઢિની પહેલી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં અવ) બાજુને બંને તરફ પરિધને ( ડ ) તથા ઇ બિંદુએ મળતા સુધી વધારી, અને ( ક ) બિંદુથી ( કઈ ) અને ( કઈ ) સાંધ્યાં તો કઈડ ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ થશે, અને તેના પાયા તરફનો દરેક ખૂણો માથાના ખૂણાનો એક ચતુર્થાંશ થશે.

હઅ = અક = અવ = વક = વઈ  $\therefore \angle$ હ =  $\angle$ હકઅને  $\angle$ ઈ = વકઈ ( પે. ૫ )  $\angle$ હ +  $\angle$ હકઅ =  $\angle$ કઅવ ( પે. ૩૨ )  $\therefore ૨\angle$ હ =  $\angle$ કઅવ તેજ પ્રમાણે કવઈ  $\Delta$ માં  $\angle$ ઈ =  $\angle$ કવઅ. પણ  $\angle$ કવઅ =  $\angle$ કઅવ છે. તો તેઓનાં અર્ધ  $\angle$ હ =  $\angle$  ઇ માટે કઈઈ  $\Delta$  સમદ્વિ બાજુ છે. ( પે. ૧ )  $૨\angle$ હ =  $\angle$ કઅવ =  $\angle$ અકવ અને  $\angle$ હ =  $\angle$ હકઅ =  $\angle$ વઈફ =  $\angle$ વકઈ છે માટે  $૪\angle$ હ =  $\angle$ હકઈ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૦ કૃત્ય—(અક તથા વહ) બે સિધી લીટીઓ ( ગ ) બિંદુ આગળ) પરસ્પર છેદાય છે. તો તે ઉપર આપેલા ( ઇ ) બિંદુથી એવી સીધી લીટી દોરવી કે આપેલી લીટીઓ સાથે ખરેખર ખૂણા કરે.

સંધન— $\angle$ અર્ગવ ને દૂભાગ ( પે. ૯ ) ગફ સાથે ઇ બિંદુથી ઇમ સમાતર દોર. ( પે. ૩૧ ) એટલે તે દોરવાની લીટી થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$ ફગમ = /ફગવ(આ. ૨૨.) અને /ફગન =  $\angle$ ગનમ તથા  $\angle$ ફગમ =  $\angle$ ગમન (પે. ૨૯)  $\therefore \angle$ ગનમ =  $\angle$ ગમન માટે દોરવાની રૂમ થઈ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૧ મું કૃત્ય—(અવ તથા અક) બે સમાંતર નહીં (વધારવાયાં અ આગળ મળે) એવી સીધી લીટીઓ તથા એક (હ) બિંદુ અપેક્ષા છે. તે બિંદુથી આપેલી એક(અવ) લીટી સુધી એવી હરે લીટી દોરવી કે તે બીજી અફલીટીયા દૂરમાગ.

સાધન—અ તથા હ બિંદુ સાંધ હ બિંદુથી અવ ને સમાંતર હન દોર. (પે. ૩૧) તે અકને ન આગળ મળશે. અન ન બિંદુથી અહ ને સમાંતર નહ દોર. (પે. ૩૧) અને હરે સાંધ તો દોરવાની લીટી હરે છે.

સિદ્ધતા.—કેમકે  $\angle$ અગહ =  $\angle$ નગહ ( પે. ૧૫ ) છે. ને  $\angle$ ગગહ =  $\angle$ ગનહ; (પે. ૨૯) અને અહ = નહ (પે. ૩૪) તો ગહ = ગહ (પે. ૨૯) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૨ મું કૃત્ય—(અવ તથા અક) બે સાંતર નહીં (વધારવાયાં અ આગળ મળે.) એવી સીધી લીટીઓની વચ્ચે આપેલી અંતવાન ( હરે ) સીધી લીટી એવી રીતે મુકવી કે તેની સાથે તે બે સીધી લીટીઓથી થએલા ખૂણા ખરેખર થાય.

સાધન—અવમા મ બિંદુ સે અને કઅમાંથી અમ = અલ રાખ. (પે ૩) અને મલ સાંધીને તેને હરે = મવધાય એટલી વધી વધાર. અને વ બિંદુથી અવ ને સમાંતર વવ દોર વબિંદુ

થી મવ ને સમાંતર ચર દોર. (પે. ૩૧) તે દોરવાની લીટી ચર છે.

સિદ્ધતા— $\angle$ અમલ =  $\angle$ અલમ (પે. ૫). અને  $\angle$ અમલ =  $\angle$ અરચ તથા  $\angle$ અલમ =  $\angle$ અચર (પે. ૨૯) માટે  $\angle$ અરચ =  $\angle$ અચર અને ચર = મવ છે (પે. ૩૪) અને મવ = ડઈ છે. (આ ૨૨.) માટે ડઈ = ચર એ સિદ્ધ.

મનોમત્ત ૨૩મું કૃત્ય—એક આપેલી (અવ) લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢવું કે તેની એક જ તરફ એ આપેલાં (ક તથા ડ) બિંદુ સરખે અંતરે થાય.

સાધન—ડઈ સાધ અને તેને ન બિંદુ આગળ દૂબાગીને નક લંબદોર (પે. ૧૦-૧૧ પ્ર.) તે અવ ને ક આગળ મળશે તો શોધી કાઢવાનું બિંદુ ક છે.

સિદ્ધતા.—કેમકે ઇન = ડન છે, કન સાધારણ છે, એને  $\angle$ કનડ =  $\angle$ કનહ કાઢખુણે છે તો કહ = કઈ. (પે. ૪) એ સિદ્ધ.

મનોમત્ત ૨૩મું કૃત્ય—એક (કવ) સીધી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢવું કે બીજી (અક તથા અવ) સીધી લીટી આપી સરખે અંતરે થાય. અને તે ક્યારે અશક્ય હોય?

જો એ ત્રણે સીધી લીટીઓ સમાંતર અને પેહેલી તથા બીજીનું અંતર બીજીને ત્રીજીના અંતરની બરાબર નહીં હોય તો એ કૃત્યનું સાધન અશક્ય છે.

સાધન—પદ શકે તો એ લીટીઓનો અંક  $\Delta$  કર. (પે. ૧૦)  $\angle$ અદુબાગીને અહ લીટી દોર. (પે. ૯) અને હ બિંદુથી હમ તથા હલ લંબદોર. (પે. ૧૨)

• સિદ્ધતા—અડલ તથા અડમ  $\Delta$  માં  $\angle$  ડ અલ =  $\angle$  ડ અમ તથા  $\angle$  અલ ડ =  $\angle$  ડ મ અ; અડ સાધારણ છે. તો ડલ = ડમ (પે. ૨૬) માટે થોડો કાઢવાનું બિંદુ ડ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૫મું પ્રમેય—એક (અવક) સમદ્વિ બાજુત્રિકોણના પાયાના એક (ક) છેડાથી તેની સામે (વઅ) બાજુને અડતાં મુધી (વધારી પડે તો વધારીને) તે ત્રિકોણની એક બાજુ નેટલી (કડ) લીધી દોરી તો પાંચો અને તે લીધેલા થએલા (કડકઈ) ખુણા પાયા તરફના કોણ પણ ખુણાથી ત્રમણો થશે.

$૨\angle$  અવક =  $૨\angle$  અકવ =  $\angle$  ક અડ (પે. ૩૨) અને  $\angle$  ક અડ =  $\angle$  ક ડ અ (પે. ૫) માટે  $૨\angle$  કવઅ =  $\angle$  અડક અને  $\angle$  ડકઈ =  $\angle$  વડક +  $\angle$  કવડ (પે. ૩૨) માટે  $૩\angle$  કવઅ =  $\angle$  ડકઈ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૬મું પ્રમેય—એક (અવક) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના (વક) પાયામાં એક (ક) બિંદુ લીધું. અને અક્ષમાંથી કડ = કઈ રાખીને (કઈ) તેને વધારી તે બીજી (અવ) ને (ફ) બિંદુએ મળવાથી થએલા (અફ) ખૂણાની ત્રમણાઈ, બે કાટખૂણા વતા (અફઈ) ખૂણો, અથવા ચાર કાટખૂણા વતા તે (અફઈ) ખૂણાની બરાબર થશે.

હવે  $\angle$  અવક +  $\angle$  અફઈ =  $\angle$  ફ ડ ક (પે. ૩૨) =  $\angle$  ડ ફક (પે. ૫) =  $\angle$  અફ. (પે. ૧૫).  $\angle$  અફ =  $\angle$  અવક +  $\angle$  અફઈ માટે  $૨\angle$  અફ =  $૨\angle$  અવક +  $૨\angle$  અફઈ. બન્નેમાં  $\angle$  અફ યજીએ તો  $૩\angle$  અફ =  $૨\angle$  અવક +  $૨\angle$  અફઈ +  $\angle$  અફ. ૫ થી  $૨\angle$  અવક +  $\angle$  અફઈ +  $\angle$  અફ =  $૨$  કાટખૂણા (પે. ૩૨)

માટે ૩  $\angle$  અફફ = ૨ કાટખુણા +  $\angle$  અફફ એ સિદ્ધ.

બીજો પ્રકાર—૩  $\angle$  અફફ = ૫૨ કાટખુણા  $\times$   $\angle$  અફફ થશે.  
 $\angle$  અફફ =  $\angle$  કડકઈ +  $\angle$  ઢકઈ (પે. ૩૨) માટે ૩  $\angle$  અફફ = ૩  $\angle$  કડકઈ + ૩  $\angle$  ઢકઈ અને  $\angle$  અફફ =  $\angle$  અવફ (પે. ૫) =  $\angle$  વડફ +  $\angle$  વફઢ માટે  $\angle$  ઢકઈ = કડકઈ (=  $\angle$  વડફ ( પે. ૧૫) +  $\angle$  અફફ અને માં ૨  $\angle$  ઢકઈ મળ્યા તો ૩  $\angle$  ઢકઈ = ૨  $\angle$  ઢકઈ +  $\angle$  કડકઈ +  $\angle$  અફફ અને માં ૩  $\angle$  કડકઈ મળ્યા તો ૩  $\angle$  ઢકઈ + ૩  $\angle$  કડકઈ = ૪  $\angle$  કડકઈ + ૨  $\angle$  ઢકઈ +  $\angle$  અફફ. પણ ૩  $\angle$  ઢકઈ + ૩  $\angle$  કડકઈ = ૩  $\angle$  અફફ છે માટે ૩  $\angle$  અફફ = ૪  $\angle$  કડકઈ + ૨  $\angle$  ઢકઈ +  $\angle$  અફફ. અને ૪  $\angle$  કડકઈ + ૨  $\angle$  ઢકઈ = ૪ કાટખુણા છે (પે. ૩૨) માટે ૩  $\angle$  અફફ = ૪ કાટખુણા +  $\angle$  અફફ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૭ પ્રમેય.—એક અવક સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ ના પાયાના કોણ/પણ (કો) બિંદુથી સામેની બાજુઓ ઉપર પાયા સાથે બરોબર ખૂણા કરે એવી (કમ તથા ઢલ) લીટીઓને સરવાળો, પાયાના એક (બ) છેડાથી તે ખૂણાઓની બરોબર પાયા સાથે ખૂણો કરે એવી (વસ) લીટી દોરીએ તેની બરોબર છે.

કમ ને વધાર અને અક ને સમાંતર વડ દોર. (પે. ૩૧) વસ તથા મઈ સમાંતર છે (પે. ૨૮) માટે વસ = મઈ. (પે. ૩૪) અને ઢલ તથા ઢવઈ  $\Delta$  માં  $\angle$  વડલ =  $\angle$  વડઈ, વડ બાજુ સાધારણ છે;  $\angle$  ઇવડ =  $\angle$  વકઅ (પે. ૨૯) ને  $\angle$  વકઅ =  $\angle$  લવડ (પે. ૫) માટે  $\angle$  ઇવડ =  $\angle$  લવડ તો ઢલ = ઢઈ (પે. ૨૬) માટે ઢલ + કમ = મઈ છે. અને મઈ = વસ છે. માટે ઢલ + કમ = વસ એ સિદ્ધ.



• મનોયત્ન ૨૮ મું પ્રમેય—એક (અવક) સમદ્વિ જાણુ ત્રિકોણની એક (અવ) જાણુને પાયા તરફ વધારી અને જોઈ (અવ) જાણુના ડોઠપણુ (સ) બિંદુથી (સમ) એવી લીટી દો રેલી હોય કે પાયાથી (ડ બિંદુએ) દૂભાગાયતો માથાને ખૂણા અને એ (સમ) સીધી લીટી વચ્ચે જે બે (અમ તથા અસ) ખંડો થશે, તેઓનો સરવાળો ત્રિકોણની બે જાણુઓના સરવાળા બરાબર થશે.

સ તથા મ બિંદુથી પાયા ઉપર સડ તથા મગ બે લંબદોર (પે. ૧૨) તો ગમડ તથા સડઈ $\Delta$ માં  $\angle$ મગડ =  $\angle$ સડઈ,  $\angle$ મડગ =  $\angle$ સડઈ તથા મડ = સડ માટે ગમ = સડ (પે ૨૧) અને ગમવ તથા સકઈ $\Delta$ માં  $\angle$ મગવ =  $\angle$ સડક, મગ = સડ તથા  $\angle$ ગવમ =  $\angle$ અવક (પે. ૧૫) અને  $\angle$ અવક =  $\angle$ અકવ (પે. ૫) માટે  $\angle$ સકઈ =  $\angle$ ગવમ તો વમ = સક (૨૧) તો અવ + અસ + સક = અવ + અક = વમ + અવ + અસ = મક + અસ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૯ પ્રમેય.—એક (અવક) ત્રિકોણના પાયા તરફના ખૂણાઓને દૂભાગનારી (વમ તથા કસ) લીટીઓ બરાબર છે. તો સિદ્ધ કરો કે તે ત્રિકોણ સમદ્વિ જાણુ છે. અને દૂભાગનારી લીટીઓના મળવાથી થએલા (વનક) ખૂણો ત્રિકોણની ડોઠપણુ જાણુને વધારવાથી થએલા બહારના ખૂણાની બરાબર થશે.

જો  $\angle$ કવમ =  $\angle$ વકસ છે તો તે અંકવ  $\Delta$  સમદ્વિ જાણુ છે. કારણ કે અરધ બરાબર માટે આખા પણ બરાબર છે (પે. ૧)

ને બરાબર તથા તો ધાર કેતેમાનો  $\angle$ કવમ થા $\angle$ વકસ ના  
નો છે. સકને સમાતર વ બિંદુથી વડ દોર. અને વઅ ને  
સમાતર ક બિંદુથી કડ દોર. (પે. ૩૧) તો વડ = સક (પે.  
૩૪) અને સક = વમ. માટે વમ = વડ તો  $\angle$ વમડ =  $\angle$ વડમ  
(પે. ૫). હવે વમક તથા વસક  $\Delta$ માં વક સાધારણ, વમ =  
કસ અને  $\angle$ કવમ કરતાં  $\angle$ વકસ નાનો છે તો વસ કરતા  
કમ માટી (પે. ૨૫) અને વસ = ડક છે (પે. ૩૪) માટે ડક  
કરતાં પણ કમ માટી તો  $\angle$ કમડ કરતાં  $\angle$ કડમ માટી.  
એ બંને વિષયમાં  $\angle$ વડમ તથા  $\angle$ વમડ સમ મળવા તો  $\angle$   
વમક કરતાં  $\angle$ વડક માટી. અને  $\angle$ વડક =  $\angle$ વસક (પે. ૩૮)  
માટે  $\angle$ વમક થા  $\angle$ વસક પણ માટી. વનસ તથા કનમ  $\Delta$ માં  
 $\angle$ વનસ =  $\angle$ કનમ ( પે. ૧૫) ને  $\angle$ વસન થા  $\angle$ કમન માટી  
છે માટે બાકીનો  $\angle$ સવન થા  $\angle$ મકન માટી રહેવો જોઈએ. (પે.  
૩૨) ને જ્યારે  $\Delta$ મકન =  $\angle$ સકવને તથા  $\angle$ સવન નાનો ત્યારે  
 $\angle$ મવક પણ નાનો ને આપણે એને માટે ગણ્યો છે. માટે એ  
અશક્ય છે. એટલે એ ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ છે. વળી  $\angle$ વનક =  
 $\angle$ વસન +  $\angle$ સવન (પે. ૩૨) ને  $\angle$ વસન =  $\angle$ લવડ (પે. ૨૯) છે.  
ને  $\angle$ મવસ =  $\angle$ મવક =  $\angle$ સકવ. ને સકવ =  $\angle$ કવડ (પે. ૨૯) છે  
માટે  $\angle$ સવન =  $\angle$ કવડ.  $\therefore$   $\angle$ વનક =  $\angle$ કવલ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૦ પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણના પાયાના  
છડાયા બાજુઓ ઉપર (કડ તથા વડ લંબા કરીએ તે બ-  
રાબર હોય) (૨) સામગ્રી બાજુઓને દૂબાગનારી (વડ તથા કડ)

લીટીએ બરોબર હોય; (૩) બાજુઓની સાથે (અર્થ) તથા  
અકડ) બરોબર ખૂણા કરે એવી (વર તથા કડ) લીટીએ  
બરોબર હોય તો તે ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ ધરાવે.

પહેલો પ્રકાર—અર્થ તથા અકડ  $\triangle$  માં  $\angle$  અર્થ =  $\angle$  અકડ  
કાટખણા છે. વડ = કડ (આ. ૨૨) માથાનો  $\triangle$  બરાઈ સાધારણ  
છે. અર્થ = અકડ (પે. ૨૬) તો અર્થ  $\triangle$  સમદ્વિ બાજુ છે.

બીજો પ્રકાર—કડ સાંધ અને કડ તથા અર્થ (અંકુશ પાયા ઉ-  
પર કડ તથા અર્થ લંબો દોર. (પે. ૧૨) કડક  $\triangle$  = વડક  $\triangle$  એ  
દરેક અર્થક  $\triangle$  નું અર્થ છે (પે. ૩૮). ગાટે કડ તથા વક સમાં  
તર (પે. ૩૯) ને કડ તથા અર્થ લંબ સમાંતર છે. કડ = અર્થ  
(પે. ૩૪) વળી બર તથા કડ  $\triangle$  માં વડ = કડ (ઉ. પ્ર.) અર્થ  
= કડ તો વર = વક (પે. ૪૭ પ્ર. તા ૨૦૧ અનુ. પ્ર.) એ બંનેમાં  
થા ફર સામાન્ય છે તે બાદ કરી તો વક = વર ૨ ફો. હવે વડ  
ક તથા કડ  $\triangle$  માં વક = વર તથા કડ = અર્થ,  $\angle$  વકક =  $\angle$  ક-  
રક તો વડ = કડ (પે. ૪) એટલે એ બંનેની બાજુઓ અર્થ = અર્થ  
છે માટે અર્થક  $\triangle$  (આ. ૨૫) સમદ્વિ બાજુ છે એ સિદ્ધ.

પ્રકાર ત્રીજો—અર્થ તથા અકડ  $\triangle$  માં અર્થ = કડ,  $\angle$  અર્થ =  
 $\angle$  અકડ (આ. ૨૨),  $\angle$  અ સામાન્ય છે. માટે અર્થ = અર્થ તો અર્થ  
ક  $\triangle$  (આ. ૨૫) સમદ્વિ બાજુ છે એ સિદ્ધ.

મનોચલ ૩૧ પ્રમેય—એક (અર્થ) ત્રિકોણનો એક (અર્થ)  
બાજુ કાટખણા છે. ને બીજો (અર્થ) ખૂણા, ત્રિકોણ (અર્થ)  
ખૂણાથી બનેલો છે. તો ત્રિકોણ ખૂણા સામેની (અર્થ) બાજુની બ

મણુઈ કરતાં મોટા ખૂણા સામેની (વક) જાણુ નાગી થયે.

અવનં વધારીને તેના જોડલા વડ રાખ (પે. ૩) કડ સાધ. અવક તથા કવડ  $\Delta$ માં અવ = વડ, વક સાધારણ, અને  $\angle$  અવક =  $\angle$  કવડ તો  $\angle$  અવક =  $\angle$  વકડ (પે. ૪) માટે  $2\angle$  અવક =  $\angle$  અકડને  $2\angle$  અવક =  $\angle$  વકડ તો  $\angle$  અવક =  $\angle$  અકડ તો અડ = કડ : (પે. ૧) ને અડ જાણુ અવધી જમણી છે માટે કડ પણ જમણી, અને વકડ  $\Delta$ માં વક જાણુ વડ કરતાં નાની છે (પે. ૧૯) માટે તે ૨ અવ કરતાં નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૨ મું પ્રમેય—કોણપણુ (અવક) ત્રિકોણનો એક (વ અક) ખૂણો જાણુ એ જુણાઓના સરવાળા બરાબર કોણ તો સૌથી મોટી (વક) જાણુ, તેની સામેના ખૂણાથી તેના મધ્ય બિંદુને સાધનારી (અડ) લીટીથી જમણી થયે.

વઅક ખૂણામાંથી  $\angle$  વઅક =  $\angle$  કઅડ રાખી અડ લીટી દોર (પે. ૨૩) એટલે જાણુ  $\angle$  વઅડ =  $\angle$  અવઅ રહ્યો. તો અવ = અડ અને અડ = કડ (પે. ૧) તો વડ = કડ માટે વક જાણુ ડ બિંદુ આગળ દૂબગામ. અને તે ડ બિંદુ તથા વક સામેના વઅક ખૂણાને સાધનારી અડ લીટી કરતાં વક સૌથી મોટી જાણુ તે જમણી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૩ મું પ્રમેય—કોણ (અવક) કાઠ ખૂણુ ત્રિકોણના (વઅક) કાઠ ખૂણાથી (વક) કર્ણ ઉપર (અક) લંબ અને જા ૯૨ કર્ણને દૂબાગનારી (અડ) લીટી દોરી તો તે એ લીટીએ વગેરે (અક) ખૂણો, ત્રિકોણના જાણીના (વઅક તથા અવ

- ક) ખૂણાઓની બાદબાકી બરાબર થશે.

$\angle અવક + \angle વઅફ =$  એક કાટખૂણો છે. અને  $\angle અકવ + \angle અવક =$  એક કાટખૂણો છે. માટે  $\angle વકઅ = \angle વઅફ$  પણ  $\angle વઅફ = \angle અવક$  છે. (મ. ૩૨) માટે  $\angle ડવઅ = \angle ડઅવ$  તો  $\angle વકઅ - \angle ડવઅ = \angle વઅફ - \angle ડઅવ = \angle ડઅફ$  એટલે અફ લીટીઓની વચ્ચેનો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૪થું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણના માથાના (અ) ખૂણાને એક (અંક) લીટીયા દૂભાગીને તે લીટીપર બાકીના (વ અને ક) ખૂણાયા (વક અને કવ) લંબા દોર્યા; અને (વક) પાયાને (ગ બિંદુએ) દૂભાગ્યો તો તે દૂભાગ બિંદુ અને લંબાને છેડા સાંધનારી (ગઈ અને ગફ) લીટીઓ બરાબર થશે.

હવે, કઈ અને કમ ને અનુક્રમે લ, મ, અને ર સુધી વધાર, કગઈ તથા વગલ  $\Delta$  માં  $\angle વગલ = \angle કગઈ$ ,  $\angle લવગ = \angle ઇકગ$  અને  $\angle વગ = \angle કમ$  માટે લગ = ગઈ (પે. ૨૬)  $\Delta$  અકમ  $\Delta$  માં  $\angle મઅક$  ને દૂભાગનારી અઈ, કમ પાયા ઉપર લંબ છે માટે તે કમ ને દૂભાગે છે.  $\therefore \angle વકમ = \angle મઅઈ = \angle મગ$  (પે. ૩૧)  $\therefore$  વમ તથા ગઈ સમાંતર (પે. ૩૬). ગફલ તથા ગઈર  $\Delta$  માં  $\angle ગફલ = \angle ગઈર$ ,  $\angle લગફ = \angle રગઈ$  તથા લગ = ગઈ માટે લફ = રઈ (પે. ૨૬). હવે લફઈ તથા ફરઈ  $\Delta$  માં ફઈ સાધારણ છે, રઈ = લફ (ઉપ.) ને  $\angle લફઈ = \angle ફઈર$  કાટખૂણો છે. તે  $\angle લફઈ = \angle રફઈ$  (પે. ૪).  $\therefore$  ગફ = ગઈ (પે. ૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૫ મું પ્રમેય.—કોઠપણ (અવક) ત્રિકોણના માયાના (વઅક) ખૂણાને દૂભાગનારી (અડ) અને તે (વઅક) ખૂણાથી (વક) પાયા ઉપર (અફ) લંબ લીટી દોરીએ તેઓના વચ્ચેનો (ડઅફ) ખૂણો ત્રિકોણના પાયા તરફના (વ) તથા (ક) ખૂણાની બાદબાકીના અર્ધની બરાબર થશે.

$\angle$ અવક +  $\frac{1}{2}\angle$ વઅક +  $\angle$ ડઅફ = ૧ કાઠખૂણો. ને  $\angle$ વકઅ +  $\frac{1}{2}\angle$ વઅક -  $\angle$ ડઅફ = ૧ કાઠખૂણો. તે  $\angle$ વકઅ +  $\frac{1}{2}\angle$ વઅક -  $\angle$ ડઅફ =  $\angle$ અવક +  $\frac{1}{2}\angle$ વઅક +  $\angle$ ડઅફ.  $\therefore \angle$ વકઅ -  $\angle$ અવક = ૨  $\angle$ ડઅફ.  $\therefore \angle$ ડઅફ =  $\frac{1}{2}(\angle$ ક -  $\angle$ વ) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૬ મું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણના પાયા તરફના એક (અવક) ખૂણાથી બીજા (અકવ) ખમણી હોય અને તે ખમણી ખુણો જે પ્રમાણે પોહોળો અથવા સાંકડો. ખૂણો હોય તે પ્રમાણે નાહાના ખૂણા સામેની બાજુ (માયાના ખૂણાથી પાયાપર લંબ દોરવાથી) પાયાના બે ખંડોનો સરવાળો અથવા બાદબાકી બરાબર થશે.

પહેલા પ્રકાર—જો અકવ ખૂણો પહોળો હોય તો માયાના ખૂણાથી દોરેલો અડ લંબ બહાર પડશે; માટે વડ તથા કડ બે ખંડો થયા. વડ વધારીને કડ = વડ + કડ (પે. ૩) ને અડ સાથે વડ + કડ = વડ = અક થશે કેમકે અકડ તથા અડ + કડ માં કડ = વડ + કડ, અડ સાધારણ છે. ને  $\angle$ અકડ =  $\angle$ અડ + કડ (પે. ૪). હવે  $\angle$ અવક +  $\angle$ વઅક =  $\angle$ અકડ (પે. ૩૨).  $\therefore \angle$ અવક +  $\angle$ વઅક

ક =  $\angle$ અઈક અને  $\angle$ અઈક +  $\angle$ કઅઈ =  $\angle$ વકઅ (પે. ૩૨).  $\therefore \angle$ અવક +  $\angle$ વઅક +  $\angle$ કઅઈ =  $\angle$ વકઅ અને  $\angle$ અવક =  $\angle$ વકઅ.  $\therefore \angle$ અવક =  $\angle$ વઅક +  $\angle$ કઅઈ માટે  $\angle$ અવક =  $\angle$ વઅઈ  $\therefore$  વઈ = અઈ; (પે. ૬) ને અઈ = અક (ઉપ. પ્ર).  $\therefore$  અક = વઈ = વડ + કડ ખરોનો સંરવાળો છે. એ સિદ્ધ.

બીજો પ્રમાર—જો અવક ખૂણા સાંકડો છે તો અડ લંબ દોર (પે. ૧૦) ને કડ = ડઈ રાખ. (પે. ૩) તો અકડ તથા અડઈ  $\Delta$ માં અક = અઈને  $\angle$ અકડ =  $\angle$ અઈડ (પે. ૪). હવે  $\angle$ અવઈ +  $\angle$ વઅઈ =  $\angle$ અઈડ (પે. ૩૨)  $\therefore \angle$ અવઈ +  $\angle$ વઅઈ =  $\angle$ અકડ ને  $\angle$ અવઈ =  $\angle$ અકડ (આ. ૨૫.) માટે  $\angle$ અવઈ =  $\angle$ વઅઈ.  $\therefore$  વઈ = અઈ; (પે. ૬)  $\therefore$  અક = વઈ = વડ + કડ ખરોની પાડખાડી છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૭મું પ્રમેય.—બિંદુ(અવક) ત્રિકોણના બે બહારના (કવઈ તથા વકફ) ખૂણાને દૂભાગનારી (વડ તથા કડ) લીટી બાંધતા (ડ) છેદન બિંદુ અને માથાના (વઅક) ખૂણાને સાંકડાનારી (અડ) લીટી તેજ (વઅક) ખૂણાને દૂભાગશે.

ડ બિંદુથી (ડઈ), ડફ અને ડમ લંબદોર. (પે. ૧૨) વઈડ તથા વમડ  $\Delta$ માં  $\angle$ વઈ =  $\angle$ વમ,  $\angle$ વઈડ =  $\angle$ વમડ કારણે ખૂણા છે, વઈ સાધારણ છે. તો ડઈ = ડમ (પે. ૨૬) તેજ પ્રમાણે કફડ તથા કમડ  $\Delta$ માં ડમ = ડફ માટે ડઈ = ડફ હવે અઈ  $\Delta$ માં અડ— $\overset{૨}{\text{ડઈ}} = \overset{૨}{\text{અઈ}}$  (પે. ૪૭) તેજ પ્રમાણે અડ  $\Delta$ માં અડ— $\overset{૨}{\text{ડફ}} = \overset{૨}{\text{અક}}$  પણ ડઈ = ડફ છે. માટે અઈ =

અક<sup>રે</sup> માટે અઈ = અક અને અડઈ તથા અડક  $\Delta$ માં અડ સાધારણ અઈ = અક અને ડઈ = ડક (હપ. પ્ર.)'.  $\Delta$ ઈઅડ =  $\Delta$ ડઅક (પે. ૮) એ સિદ્ધ.

મનોવલ્લ ૩૮ મું કૃત્ય—એક (અર્થક) સાંકડા ખૂણા (પ્ર) જોણના માથાના (વર્થક) ખૂણાથી પાયાપર એવી લીટી દોરવી કે તે એક (અર્થ) ખાણુથી તોટલી માટી તોટલી જ બીજી (અર્થ) ખાણુથી નાગી થાય.

(નિયમ—દોરવાળી લીટી, નાગી તથા માટી બેલીટીઓના સરવાળાના અર્ધની બરાબર છે. કેમકે  $૪ = ૩ + ૧$  છે. ને  $૫ - ૧ = ૪$  છે તો ચાર, પાંચ અને ત્રણના સરવાળાના અર્ધની બરાબર છે. એટલે દોરવાળી લીટી બે લીટીઓના સરવાળાના અર્ધ તોટલી દોરવી છે.)

સાધન—અર્થ ને વધારીને અર્ક = અઈ રાખ (પે. ૨) વડ ને મ બિંદુએ ફાગ. (પે. ૧૦) અને અ મંજ બિંદુથી વમ અતરે ડકમ ગોળકર. અડ સાંધ તો દોરવાળી લીટી અડછે

સિદ્ધતા.--કેમકે હપરના નિયમ પ્રમાણે વમથી વર્થ તો વધારે છે તોટલી જ અર્ક આછીછે. ને વમ = અડછે. માટે દોરવાળી લીટી તેછે એ સિદ્ધ. (ગોળ પાયાને છેલ્લા સિવાય દોરણે એ તકરારને વિદ્યાર્થીના સેહેલથી રદ કર્યો.)

મનોવલ્લ ૩૯ મું કૃત્ય—એક (અર્થક) ઘટખૂણાના સરખા ત્રણ ભાગ કરવાનું. (પેહેલા સ્કંધની ૧૪૬ ની કલમમાં સિદ્ધતા આપેલી છે.)



સાધન—ચક ૭૫૨ ચકડ સમખાણુ  $\Delta$  ૩૨. (પે. ૧) ને  $\Delta$  ચકડ ને (પે. ૯) દૂભાગીને વડ લીધી દોર, એટલે કાઠખૂણાના સરખા ત્રણ ભાગ થયે.

સિદ્ધતા.— $\Delta$  ચક =  $\frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણા કેમકે તે સમખાણુ ત્રિકોણનો ખૂણાછે. તે પાકી  $\Delta$  અચક =  $\frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણા રહ્યો. વળી  $\Delta$  ચકડ ને દૂભાગ્યો. એટલે  $\Delta$  ચકડ =  $\Delta$  ચક =  $\frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણા.  $\therefore \Delta$  અચક,  $\Delta$  ચકડ તથા  $\Delta$  ચક એ ત્રણ સરખા ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૦ મું કૃત્ય—એક (અચક) કાઠખૂણા ત્રિકોણના એક (અચક) સાંકડા ખૂણાથી બીજા (અચક) ખૂણા ત્રણમાંથી તે (અચક) ખૂણાના ત્રિભાગ કરવાનું.

સાધન—અથા  $\Delta$  અચક =  $\Delta$  અચક રાખ (પે. ૨૩) ને પાકીના  $\Delta$  અચક ને દૂભાગ. (પે. ૯) એટલે ત્રિભાગ થયે.

સિદ્ધતા.— $\Delta$  અચક +  $\Delta$  અચક = એક કાઠખૂણા (પે. ૩૨)  $\therefore \Delta$  અચક =  $\frac{૧}{૨}$  કાઠખૂણા. તેનાથા  $\Delta$  અચક ત્રણમાંથી. માટે  $\Delta$  અચક =  $\frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણાછે. તેમાંથી  $\Delta$  અચક =  $\Delta$  અચક =  $\frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણા ગયો તે  $\Delta$  અચક =  $\frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણા રહ્યો. તેને અચક થા દૂભાગ્યો.  $\therefore \frac{૧}{૩}$  કાઠખૂણા =  $\Delta$  અચક =  $\Delta$  અચક =  $\Delta$  અચક એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૧ મું પ્રમેય.—એક (અચક) ત્રિકોણમાં કોઈ પણ (ક) બિંદુથી ત્રણ ખૂણા સાધનારી (અચક, અચક તથા અચક) લીધીએના સરવાળો ત્રિકોણની અર્ધ પરિમિતી કરતાં ૫ ધારે થયે.

અડ+વડ ત અવધી, અડ+કડ ત અકધી, અને વડ+કડ ત વકધી વગેરે (પે. ૨૦) છે તો ૨ અડ+ ૨ વડ+ ૨ કડ ત  $\Delta$ ની ત્રણ બાજુઓ અથવા પરિમિતી કરતાં વધારે. તો અડ+વડ+કડ ત  $\Delta$ ની અર્ધપરિમિતી કરતાં વધારે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૨ મું પ્રમેય—એક (અવ) પાયા ઉપરનો (અવક) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ અને બીજો (અવડ) ક્યોપલુત્રિકોણ બરાબર હોય તો સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણની પરિમિતી બીજા ત્રિકોણની પરિમિતી કરતાં ઓછી થશે.

કડ સાંધ. અક ને વધારીને વક = કડ રાખ (પે. ૩) વડ તથા ડઈ સાંધ. તો અવ ને સમાંતર કડ છે. (પે. ૩૯)  $\angle$ કઅવ =  $\angle$ કડ તથા  $\angle$ અવક =  $\angle$ વકડ (પે. ૨૯) અને  $\angle$ કઅવ =  $\angle$ અવક (પે. ૫) છે. માટે  $\angle$ કડ =  $\angle$ વકડ; કડ = વક (આ. ૨૨.), કડ સાધારણ છે તો વકડ તથા કડ  $\Delta$ માં ડઈ = વડ. (પે. ૪) તો બંને આપેલા  $\Delta$ માં અવપાયા સામાન્ય છે. ને અક+અવ = અઈ કરતાં અડ+ડઈ = અડ+વડ વધારે છે (પે. ૨૦) તો સમદ્વિ બાજુ  $\Delta$ ની પરિમિતી કરતાં તેની બરાબરના વિષમ બાજુ  $\Delta$ ની પરિમિતી વધારે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૩ મું પ્રમેય—કોઈ પણ (અવક) ત્રિકોણના ત્રણ ખૂલામોથી તેની સામેની બાજુ ઉપર એક (ડ) બિંદુમાં થઈને બધા બેની (અડઈ, વડઈ અને કડઈ) ત્રણ લીટીઓ દોરી તો ત્રિકોણની પરિમિતી તે (ડ) બિંદુથી ખૂણા સુધીની લીટીઓના સરવાળાથી વધારે થશે. અને તેઓની બમણાઈથી ઓછી થશે. પણ ખૂણાથી બાજુઓ પર જે લીટીઓ દોરાઈ છે

તેના બે તૃતીઆંશથી વધારે થયે.

(પહેલો પ્રકાર) અવ+અકથી વડ+કડ નાની, અવ+વકથી અડ+કડ નાની, અને અક+વકથી અડ+વડ નાની. (પે. ૨૨) તો ૨ અવ+૨અક+૨વકથી ૨ વડ+૨ અડ+૨કડ નાની. તે ત્રીજા અવ+અક+વકથી વડ+કડ+અડ નાનીએ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) અડ+વડથી અવ નાની, અડ+કડથી અક નાની, કડ+વડથી વક નાની. તે (પે. ૨૦) ૨ અડ+૨કડ થી અવ+અક+વક નાની એ સિદ્ધ.

(ત્રીજો પ્રકાર.) અવ+અકથી વફ નાની, અગ+અકથી કગ નાની, અવ+વઈ થી અઈ નાની, વક+કફથી વફ નાની, વક+વગથી કગ નાની, અક+કઈથી અઈ નાની, તે ૨ અવ+૨અક+૨ વક+(અગ+વગ)+(વઈ+કઈ)+(કફ+અફ)થી ૨ વફ+૨ કગ+૨ અઈ નાની અથવા ૩ અવ+૩વક+૩અકથી ૨ વફ+૨ કગ+૨અઈ નાની તે અવ+અક+વક થી  $\frac{૩}{૨}$  (વફ+કગ+અઈ) નાની એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૪મું પ્રમેય—કોષ પાણ (અવક) ત્રિશેણ માં માથાના (અકવ) ખૂણથી પાયાના (ડ) મધ્ય જિંડુસુધી દો રેલી (કડ) લીટી (અડ અથવા વડ) અર્ધ પાયાની યશોબર નાનો, અથવા માટી હથે તે; તે માથાનો (ક) ખૂણો આ તુલ્ય કાટખૂણો, પોહોળ ખૂણો, અથવા સાંકડો ખૂણો થયે.

(૧) ધારે કે કડ=અડ=વડ છે. તે  $\angle$  અવ=  $\angle$  અકડ ને  $\angle$  અવક=  $\angle$  વકડ (પે. ૫)  $\therefore \angle$  અવક=અવક

+ $\angle$ ચક્રક તો(પે. ૩૨ના અનુ.) $\angle$ અકચ કાર ખૂણોછે. એ સિધ્ધ.

(૨) ધારો કે અડ અથવા વડ કરતાં કંઈ નાનીછે. તો અકડ તથા ચક્રક $\triangle$ માં $\angle$ અક તથા $\angle$ અચક કરતાં અનુક્રમ  $\angle$ અકડ તથા  $\angle$ ચક્રક ધારો છે (પે. ૧૮) તો  $\angle$ અકડ+ $\angle$ ચક્રક =  $\angle$ અકચ તે  $\angle$ અચક+ $\angle$ અચક કરતાં ધારો છે તો $\angle$  અકચ પહોળો ખૂણોછે (પે. ૩૨) એ સિધ્ધ.

(૩) ધારો કે કંઈ અથવા વડ કરતાં કંઈ મોટીછે તો ઉપર પ્રમાણે $\angle$ અક+ $\angle$ અચક+ $\angle$ અકડ+ $\angle$ ચક્રક =  $\angle$ અકચ નાનોછે(પે. ૧૮)ધારો તે સાંકડો ખૂણોછે(પે. ૩૨)એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૪૫ મું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણમાં માયા ના (અ) ખૂણાને દુભાગનારી(અડ)લીટી ઉપરના(વડઈ)લ'ખ ને. બીજી (અક) ખાણુને અથવા તે (અક)ના વધારાને (ર) બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર્યો તો તેના સરળા ભાગ(વડ = વડઈ) થશે.

અવડ $\triangle$ માં અડ લીટી માયાના  $\angle$ અને દુભાગનારીએ અને તે વડ પાયા ઉપર લ'ખછે તો વડ = વડ (પે. ૨૬) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૪૬ મું પ્રમેય—કોઈ (અવક)ત્રિકોણમાં એક (વક) ખાણુને (ડ) સુધી વધારી અને એક(ક)ખૂણાને દુભાગનારી(કઈ)લીટી. તેની (અચ) ખાણુને (ઈ બિંદુએ) મળે ત્યાંથી (ચક)ના સમાંતર દોરેલી લીટી. બીજી (અક) ખાણુ ના (ફ) બિંદુએ અને બહારના (અકડ) ખૂણાને દુભાગનારી (કગ) ને(ગ)બિંદુએ મળે તો તે બીજી ખાણુને જે બિંદુએ

મળે છે તે (ફ) બિંદુએ દૂભાગાયે. (ફ = ફગ થયે.)

બક તથા ઇગ સમાંતર છે માટે (પે. ૨૯)  $\angle કફ = \angle બક$   
 $ફ = \angle ફકફ$  અને  $\angle ફગક = \angle ડકગ = ફકગ$ . (પે. ૧) કફફ  
 તથા કફગ  $\Delta$ માં અનુક્રમિક ફફ = ફક અને ફક = ફગ, ફફ  
 = ફગ એ સિદ્ધિ.

મનોયત્ન ૪૭ મું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણની બે (અ  
 વ તથા અક) બાજુઓના (ડ અને ફ) દૂભાગ બિંદુને સાં  
 ધનારી (બફ તથા કડ ને તેઓની બરાબર (ફક તથા ડગ)  
 વધારીએ તો તે (ગ તથા જ) બિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણ  
 ના (અ) શિરો બિંદુમાં ધાને જાયે.

ગ તથા અ અને અ તથા જ સાંધ્યાં તો અડગ તથા બકડ  
 $\Delta$ માં બકડ = અડ અને કડ = ગડ તથા (પે. ૧૫)  $\angle અડગ =$   
 $\angle બકડ$  છે તો (પે. ૪)  $\angle ગઅડ = \angle કવઅ$  અને તેજ પ્રમાણે  
 $\angle ફઅક = \angle અકવ$  અને  $\angle અવક + \angle વઅક + \angle અકવ =$  બે  
 કાટખૂણા માટે  $\angle ડઅગ + \angle વઅક + \angle ફઅક =$  બે કાટખૂણા મા  
 ટે (પે. ૧૪) અગજ લીટી અખંડ સીધી લીટી છે એ સિદ્ધિ.

મનોયત્ન ૪૮ મું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણમાં એક (બ)  
 ખૂણાને દૂભાગનારી લીટી ઉપર તે ત્રિકોણના (અ) શિરો બિંદુ  
 થી (અડ) લંબ દોર્યો તો તે (ડ) બિંદુથી બક પાયાને સમાંત  
 ર દોરેલી લીટી બીજી (અક) ને દૂભાગાયે.

ડક દોરેલી સમાંતર લીટીને ખંને તરફ વધાર અને કયા  
 અવને સમાંતર કગ દોરી (પે. ૩૧) તેને તે ગ બિંદુએ મળ-

તાં સુધી રાખી તેા વડગક સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા છે. વડ  
=કગ (પે. ૩૪) હવે  $\angle$ ઈવ =  $\angle$ ડવક (પે. ૨૯) અને  $\angle$ ડ  
વક =  $\angle$ ડવઈ (ઉ. પ્ર.)'.  $\angle$ ઈવડ =  $\angle$ ઈવ, અને  $\angle$ અડવ  
કાઠખૂણા છે.  $\angle$ ઈવડ +  $\angle$ ઈઅડ =  $\angle$ ઈવ +  $\angle$ ઈઅ.  $\angle$ ઈઅ  
ડ =  $\angle$ ઈઅ. ઈઅ = ઈડ અને ઈડ = ઈવ (પે. ૧). ઈવ = ઈઅ  
અને ઈવ = ગક (ઉ. પ્ર.)'. અઈ = કગ અને અફઈ તથા ક  
કગ  $\triangle$ માં  $\angle$ અફઈ =  $\angle$ કકગ ( પે. ૧૫ ),  $\angle$ અઈક =  $\angle$ કગ  
ક. ( પે ૨૯ ) અઈ = કગ. ( પે. ૨૧ ) અફ = કક એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૪૯મું પ્રમેય — એક ( અવક ) ત્રિકોણની ત્રણ  
બાજુના ત્રિભાગ કર્યા અને તે દરેક ખુણા પાસેના છેદન  
બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓને વધારવાથી તેઓના મળવાથી  
એક ( ડઈફ ) ત્રિકોણ થયે તે તેની સાથે એક રૂપ થયે. '

વર તથા કગ સાંધ, અવર  $\triangle$  =  $\frac{1}{3}$  અવક  $\triangle$  અને વરક  
 $\triangle$  =  $\frac{2}{3}$  અવક  $\triangle$ . અવર  $\triangle$  =  $\frac{1}{3}$  અવક  $\triangle$  =  $\frac{1}{3}$  વરક  $\triangle$  ( પે. ૩૮ ) તેજ  
પ્રમાણે અગક  $\triangle$  =  $\frac{1}{3}$  અવક  $\triangle$  =  $\frac{1}{3}$  વગક  $\triangle$ . વગક  $\triangle$  = વરક  $\triangle$   
. વક તથા ફક સમાંતર છે. ( પે. ૩૯ ) અને તેમજ અક તથા  
ડઈ અને અવ તથા ફડ સમાંતર છે. અને ઈગહ તથા અગર  
 $\triangle$ માં ઈહ = ગઅ, ( ઉ. પ્ર. )  $\angle$ ઈગહ =  $\angle$ અગર, ( પે. ૧૫ )  $\angle$ ગ  
ઈહ =  $\angle$ ગરઅ ( પે. ૨૯ ). ઈગ = ગર અને ઈહ = અર ( પે. ૨૧ )  
એજ પ્રમાણે અમર, રફપ, પનક, ડનમ તથા વહમ  $\triangle$ માં આ  
તુકને ગર = રક, અગ = પફ, રફ = કન, પફ = પન, પક =  
મન, પન = ડન, ડન = વહ, ડમ = મહ, વમ = ઈગ અને વહ

‘ગહ.’ : ઇગ = ગર = રફ = વમ = મન = નક. વક = રફ એ  
જ પ્રમાણે અક = હઈ અને અવ = ફડ. (પે. ૮) એ એ ત્રિ  
કોણ એક રૂપ એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૫૦મું કૃત્ય**—એક આપેલી (કે) લીટીની બરો  
બર, બીજી (મ)ની સાથે સમાંતર થાએ એવી, જે આપેલી (ને  
અ તથા વડ)ની વચમાં લીટી દોરવાનું.

**સાધન**—આપેલી એ વઅ તથા વડને વધારતથા ધાર કે  
તે વ બિંદુએ મળશે હવે તે વ બિંદુથી મંત્રી સાથે વડ (પે.  
૩૧) સમાંતર દોર. ક = વડ રાગ (પે. ૩) અને રૂઢી અવની  
સાથે રૂઢ સમાંતર દોર તે વડને ન બિંદુએ મળે ત્યાંથી વડને  
સમાંતર નક દોર. તો તે કંત્રી બરોબર અને મ સાથે સ-  
માંતર થશે.

**સિદ્ધતા**—વડફન (આ. રચના પ્ર.) સમાંતર બાજુ આ-  
બુણ છે માટે વડ = ફન = ક (પે. ૩૪) અને મંત્રી સાથે વડ  
સમાંતર કરેલી છે માટે મંત્રી સાથે ફન સમાંતર (પે. ૩૦) એ  
ને કંત્રી બરોબર છે એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૫૧મું પ્રમેય**—કોઈ પણ (અવક) ત્રિકોણના  
માથાના (અ) બુણથી એક (અક) પાયાને દૂરાગે, બીજી  
(અડ) પાયા ઉપર લેગ અને ત્રીજી (અઈ) તે ખૂણાને દૂરાગે  
તો તે માથાના ખૂણાને દૂરાગનારી (અઈ) લીટી બીજી બેગી  
નીચે આવશે.

ધારકે, અને દૂરાગનારી અઈ વચે નહીં આવતાં અનંતી

માફક બહાર પડે છે. તે અક = કમ વધારીને રાખ (પે. ૩) મ  
ક સાધ.  $\angle$ અડક કરતાં  $\angle$ અકક માટે છે. (પે. ૧૯) અને  
 $\angle$ અડક કારખૂણે છે માટે  $\angle$ અકન પેહાળખૂણા.  $\therefore \angle$ અકવ  
કરતાં  $\angle$ અકન માટે છે અને અકવ તથા અકક  $\triangle$ માં અકસા  
ધારણુવક = કક અને  $\angle$ અકવ કરતાં  $\angle$ અકક માટે. (પે.  
૨૪) અવ કરતાં અક માટે. અને અકવ તથા કકમ  $\triangle$ માં  
 $\angle$ અકવ =  $\angle$ કકમ (પે. ૧૧) અક = કમ (અકુ. ૨૨.) અને વ  
ક = કક.  $\therefore$  અવ = કમ અને  $\angle$ વઅક =  $\angle$ કમક ( પે. ૪ ) અ  
ને અન લીધે  $\angle$ વઅક ને દૂભાગે છે.  $\therefore \angle$ વઅક કરતાં  $\angle$ કઅ  
ક માટે છે.  $\therefore \angle$ અમક કરતાં મઅક માટે.  $\therefore$  અક કર  
તાં કમ માટે. (પે. ૧૬) અને કમ = અવ (ઉ. પ્ર.)  $\therefore$  અ  
ક કરતાં અવ માટે પણ અવ કરતાં અક માટે છે. (ઉ. પ્ર.)  
માટે એ અશક્ય.  $\therefore$  તે  $\angle$ વઅકને દૂભાગનાથી અન બહાર નહીં પડે.

વળી  $\angle$ અડક કારખૂણે છે.  $\therefore \angle$ અડક કરતાં  $\angle$ અકડ અ  
ને  $\angle$ અઈડ નાના છે (પે. ૩૨)  $\therefore$  અક કરતાં અઈ, અને અઈ  
કરતાં અડ નાના છે (પે. ૧૯).  $\therefore$  અઈ માથાના ખૂણાને  
દૂભાગે છે તે અડ અને અકની વચ્ચે આવશે. એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન પર મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિઘણના પાયા  
માં એક (ક) ઝિંદુ એવું શિધી કહાડવું કે ત્યાંથી તે ત્રિઘણ  
ની (અવ તથા અક) જાણુએને સમાંતર દોરેલી (કઈ ત  
થા કક) લીધે એ બરોબર થાય.

સાધન—અવક  $\triangle$ ના (પે. ૯)  $\angle$ અ ને દૂભાગનાથી અડ



લીટી પાયાને ડ બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર એટલે તે શો-  
ધવાનું બિંદુ થશે. ડથી અક તથા અવને અનુક્રમે ડઈ તથા  
ડફ સમાંતર દોર. (પે. ૩૧)

સિદ્ધતા.—અડઈ તથા અફડ  $\Delta$  માં  $\angle$  ઇઅડ =  $\angle$  ડઅફ (ઉપ-  
પ્ર.) અને  $\angle$  ડઅફ =  $\angle$  અડઈ અને  $\angle$  ઇઅડ =  $\angle$  અડફ (પે. ૨૯)  
માટે  $\angle$  અડઈ =  $\angle$  અડફ,  $\angle$  ઇઅડ =  $\angle$  ડઅફ અને અડ બાજુ  
બેઉ ત્રિકોણમાં સાધારણ, તે ડઈ = ડફ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૩મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણના પાયામાં  
એક (ડ) બિંદુ એવું શોધી કહાડ કે ત્યાંથી ત્રિકોણની બે બાજુ  
આપર (૧) લંબ; અને (૨) સમાંતર લીટીઓ દોરીએ; તે  
ઓનો સરવાળોત્રેએક આપેલી (સ) લીટીની બરાબર થાય.

(૧) સાધન—અવક  $\Delta$  ની અક બાજુ ઉપર અ બિંદુથી અ  
ફ લંબ કર (પે. ૧૧) અને સ = અફ રાખ (પે. ૩) કયા અકને  
સમાંતર ફઈને દોર તે અવ ને ઇ અને અક ને ન આગળ મ  
ળશે. (પે. ૩૧) ઇથી અક ઉપર ઇગ લંબ કર (પે. ૧૨) અક  
ને વધાર અને અઈ = અમ રાખ, (પે. ૩) ઇમ સાધ. તે અ  
ક ને ડ આગળ છેદશે; એટલે તે શોધી કહાડવાનું બિંદુ થ  
શે. ડથી અવ અને અક ઉપર ડપ અને ડહ લંબ કર (પે. ૧૨)

સિદ્ધતા—સ = અફ = ઇગ (આ. ૨૫.) અને ઇગ તથા  
ડહ, અક ઉપર લંબ છે. માટે તેઓ સમાંતર છે.  $\therefore \angle$  ગઈમ =  
 $\angle$  હઈમ (પે. ૨૯) અને ઇપહ તથા ડહમ  $\Delta$  માં  $\angle$  ઇપહ =  $\angle$  ડ  
હમ કારણે.  $\angle$  પઈહ =  $\angle$  હમહ (પે. ૫).  $\therefore \angle$  ઇહપ =  $\angle$

મડહ(પે.૩૨). : ડપ+ડહ = ઇગ = સ ( મ. ૨૭ ) એ સિદ્ધ.

(૨) સાધન—આપેલી સ = અઈ રાખ ( પે. ૩ ) અકને વધા  
૨ અને અઈ = અફ રાખ ( પે. ૩ ) તે વકને ડ બિંદુએ હિંદુએ  
એટલે તે શોધી કહાડવાનું બિંદુ થશે. હયા અક અને અવ  
સાથે ડગ અને ડહ સમાંતર દોર. ( પે. ૩૧ ).

સિદ્ધતા— $\angle$ અઈફ =  $\angle$ અફઈ ( પે. ૫ ) અને  $\angle$ અફઈ =  $\angle$ ગ  
હઈ ( પે. ૨૯ ) :  $\therefore \angle$ ગઈહ =  $\angle$ ગહઈ : ગઈ = ગહ ( પે. ૬ )  
અને ગહ સમાંતર પાશુ ચોખ્ખુ છે માટે અગ = ડહ ( પે. ૩૧ )  
:  $\therefore$  ગઈ + ડહ = ઇગ + ગઅ = અઈ = સ આપેલી લીટીએ એ સિદ્ધ.

મનોરથન ૫૪ નું પ્રમેય—પેટેલી પ્રતિસાગી આકૃતિમાં આ  
પેલી ( અવ ) લીટીને હરફ તરફ વધારવાયા ગોળને ને ( પ )  
બિંદુએ મળે તે અને ગોળનાં બે ( ક તથા હ ) હિંદુને બિંદુ  
સમખાણુ ત્રિકોણનાં ખૂણુ બિંદુ થશે.

કપ, પડ, કડ, અડ, ડવ સાંધ. વક્રપ તથા વડપ  $\Delta$  માં વક =  
વડ, ( વ્યા. ૧૫ ) વપ સાધારણ અને  $\angle$ કવપ =  $\angle$ ડવપ ( સમખાણુ  
 $\Delta$  ના ખૂણુ થશે ) :  $\therefore$  પક = પડ ( પે. ૪ ) અને અડ = અપ = અક  
( વ્યા. ૧૧ ) માટે  $\angle$ અકપ =  $\angle$ અપક ( પે. ૫ ) અને  $\angle$ કઅવ =  
 $\angle$ અકપ +  $\angle$ અપક ( પે. ૩૨ ) :  $\therefore \frac{1}{2} \angle$ કઅવ =  $\angle$ અપક =  $\angle$ અકપ  
ને અપક તથા અપડ  $\Delta$  ( પે. ૮ ) એક રૂપ. માટે  $\angle$ અપક =  $\angle$ અ  
પડ માટે  $\angle$ અપક +  $\angle$ અપડ =  $\angle$ કપડ =  $\angle$ કઅવ અને  $\frac{1}{2} \angle$   
અકવ =  $\angle$ અકડ તો  $\angle$ અકડ +  $\angle$ અકપ =  $\angle$ અકવ :  $\therefore \angle$ કપડ =  
 $\angle$ પકડ અને તેજ પ્રમાણે  $\angle$ કપડ =  $\angle$ કહપ થશે તો ( પે. ૧ )  
પડક ત્રિકોણુ સમખાણુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન પદ્યનું પ્રમેય — એક (અવક) સમદિ બાજુ ત્રિકોણના પાયા તરફનો (વ તથા ક) દરેક ખૂણો માથાના (અ) ખૂણાનો એક ચતુર્થાંશ છે. તે (બક) પાયાના (ક) છેડા ઉપર (કઢ) દોરેલા લંબ તેની સામેની (અવ) બાજુના વધારાને (ડિંગડુએ) મળવાયા છે (અકઢ) ત્રિકોણ થયે તે સમબાજુ થયે.

$\angle અવક + \angle અકવ = \angle કઢ$  (પે. ૩૨) અને  $\angle અવક + \angle અકવ = \frac{1}{2} \angle વઅક$   $\therefore \frac{1}{2} \angle વઅક = \angle કઢ$  અને  $\angle વક ઢ કાટખૂણું = \angle અકઢ + \angle અકવ = \angle અવક + \angle અકઢ$  અને  $\angle અવક = \angle અકવ$   $\therefore \angle અકઢ = \angle અકઢ$  ( પે. ૩૨ ) હવે  $\angle ઢ + \angle અકઢ = \angle વઅક$  તેથી  $\frac{1}{2} \angle વઅક = \angle અકઢ = \angle અકઢ = \angle કઢ$  તેથી (પે. ૧) કઢ  $\triangle$  સમબાજુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન પદ્યનું પ્રમેય — પહેલી પ્રતિસાંગી આકૃતિમાં બે (અવક) ત્રિકોણની (કઅ તથા કવ) બરાબર બાજુઓને વધારવાથી તે બે ગોળને ચાતુર્થાંશ છે (ફઅનેગ) બિંદુએ મળે તે અને તે બે ગોળનું (મ) છેદન બિંદુ એ ત્રણ એક સીધી લીટીમાં આવશે.

અમ તથા મવ સાંધ. અફ = અક = વક = વગ = વમ = અમ (વ્યા ૧૫).  $\therefore$  અવક તથા અફમ  $\triangle$ માં અક = અફ, અવ = અમ અને  $\angle કઅવ = \angle ફઅમ$  ( સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા થયે.  $\therefore \angle અફમ = \angle અકવ$  અને  $\angle અમફ = \angle અવક$  ( પે. ૪ )  $\therefore$  અમફ  $\triangle$  સમબાજુ થયો. એજ પ્રમાણે વગમ  $\triangle$  સમબાજુ થયે.  $\therefore \angle અમફ + \angle અમવ + \angle વમગ = \angle અવક + \angle અકવ + \angle વઅક = ૨ કાટખૂણું$  (પે. ૩૨) તેથી ફમગ એક ચાપડ લીટી થયે,

(પે. ૧૪) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન પૃથું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણની બે બાજુ એકાને (બ તથા કથી) વધારવાથી થએલા બહારના ખૂણાને દૂ-ભાગનારી (વડ તથા કડ) લીટીઓ (ડ બિંદુએ) મળવાથી થએલો (વડક) ખૂણો અને માથાના (વઅક) ખૂણાનું અર્ધ મળીને એક કાઠખૂણો બને છે.

$\angle અવક + \angle વઅક = \angle વકમ$  ( પે. ૩૨ ).  $\therefore \frac{1}{2} \angle અવક + \frac{1}{2} \angle વઅક = \frac{1}{2} \angle વકમ = \angle વકડ$  અને તેજ પ્રમાણે  $\frac{1}{2} \angle અકવ + \frac{1}{2} \angle વઅક = \angle કવડ$  એ બિંદુનો સરવાળો કરવાથી  $\frac{1}{2} \angle અકવ + \frac{1}{2} \angle અવક + \frac{1}{2} \angle વઅક = \angle વકડ + \angle કવડ$  પણ  $\frac{1}{2} \angle અવક + \frac{1}{2} \angle અકવ + \frac{1}{2} \angle વઅક =$  એક કાઠખૂણો છે. ( પે. ૩૨ )  
 $\therefore \angle કવડ + \angle વકડ = 1$  કાઠખૂણો  $+ \frac{1}{2} \angle વઅક$ .  $\therefore \angle વડક = 1 + \frac{1}{2} \angle વઅક$  ( પે. ૩૨ )  $\therefore \angle વડક + \frac{1}{2} \angle વઅક =$  એક કાઠખૂણો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન પૃથું પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણના બાહારના ખૂણાને દૂભાગનારી લીટીઓ મળવાથી એક (ડઈફ) ત્રિકોણ થશે. તેજ પ્રમાણે તેના બહારના ખૂણાને દૂભાગવાથી ત્રિકોણ થશે અને તેજ પ્રમાણે કરતાં છેલે એક સમબાજુ ત્રિકોણ થશે.  
 $\angle વ, \angle ક, \angle અ$  ને દૂભાગનારી લીટીઓ ડ, ઈ, અને ફ બિંદુએ મળવાથી ડઈફ ત્રિકોણ થશે. અને તેજ પ્રમાણે કરવાથી આખરે સમબાજુ ત્રિકોણ થશે.

$\angle વડક + \frac{1}{2} \angle વઅક = 1$  કાઠખૂણો ( મ. ૫૭ ) અને તેજ પ્રમાણે  $\angle કવડ + \frac{1}{2} \angle અવક = 1$  કાઠખૂણો.  $\therefore \angle વડક + \frac{1}{2} \angle વઅક$

ક =  $\angle$ ફકફ +  $\frac{1}{2}$   $\angle$ અવક  $\therefore \angle$ વકફ -  $\angle$ ફકફ =  $\frac{1}{2}$  ( $\angle$ અવક -  $\angle$ વઅક)  $\therefore \angle$ વકફ -  $\angle$ ફકફ કરતાં ( $\angle$ અવક  $\angle$ અવક) વધારે અને એજ પ્રમાણે  $\angle$ ફકફ -  $\angle$ ફકફ કરતાં ( $\angle$ વઅક -  $\angle$ અવક) વધારે અને એજ પ્રમાણે  $\angle$ ફકફ -  $\angle$ ફકફ કરતાં ( $\angle$ વઅક -  $\angle$ વકઅ) વધારે છે. આ ઉપરથી સ્પષ્ટ માલમ પડે છે કે ત્રિકોણના બહારના ખૂણા દુભાગવાથી જે એક ત્રિકોણ અને છે તેના ખૂણાઓની બાદબાકી મૂળ ત્રિકોણના ખૂણાઓની બાદબાકી કરતાં ઓછી થાય છે અને એજ પ્રમાણે દુભાગીને ત્રિકોણ કડીશું તેઓના ખૂણાનું અંતર ઘણુંજ ઓછું થતું જાય અને તે ઓછે સુધી કે છેલે તે અંતર શૂન્ય થાય કે ને થા તે ખૂણા બરાબર થાય. અને તેથી તે સમયાંતરે ત્રિકોણ થાય (પે. ૧૮) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન પદ્યનું પ્રમેય—એક (અવક) સમયાંતરે ત્રિકોણની ( અવ, અક ને વક) ત્રણ બાજુઓમાંથી (અફ, વફ, કફ) તે ઓનો ત્રીજો ભાગ લેખને તે ભાગનાં ( ફ, ક, ગ ) બિંદુઓ ને (૧) એક બીજા સાથે, (૨) તેઓના સામેના ખૂણા સાથે સાંધ્યાં તો તેથી થએલા બે ત્રિકોણ સમયાંતરે ત્રિકોણ થાય.

(૧લી) ફક, ફગ અને કફ સાંધ. તો વકફ તથા કકફ  $\triangle$  માં વક = કફ, અને વફ = કફ બરાબર બાગડ, અને  $\angle$ વકફ =  $\angle$ કકફ હો તો ફકફ = ફગ (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે ફકફ = ફગ થાય. ફકફ = ફગ = ફગ માટે ફકફ  $\triangle$  સમયાંતરે એ સિધ્ધ (૨લી) અફ, કફ અને વફ સાંધ તો ફકફ  $\triangle$  સમયાંતરે

યથે.—વકગ અને અવક $\Delta$ માં અવ = વક, વક = કગ તથા  $\angle$  અવક =  $\angle$ વકગ માટે  $\angle$ અવક =  $\angle$ વગક અને  $\angle$ વઅક =  $\angle$ કવગ (પે. ૪) એવ પ્રમાણે અવક તથા અક $\Delta$ માં  $\angle$ અવક =  $\angle$ અક અને  $\angle$ વઅક =  $\angle$ અકહ, અહ અને વકમ $\Delta$ માં  $\angle$ અહ =  $\angle$ વકમ અને  $\angle$ અહ =  $\angle$ વકમ (ઉ. ૫) માટે  $\angle$ અહ =  $\angle$ વકમ (પે. ૩૨) તેવ પ્રમાણે  $\angle$ અહ =  $\angle$ કડગ માટે  $\angle$ અહ =  $\angle$ વકમ =  $\angle$ કડગ અને  $\angle$ અહ =  $\angle$ હમ અને  $\angle$ વકમ =  $\angle$ હમ અને  $\angle$ કડગ =  $\angle$ મહ (પે. ૧૫) માટે  $\angle$ હમ =  $\angle$ હમ =  $\angle$ મહ (પે. ૧) માટે હમ $\Delta$  સમબાજી છે (પે. ૧) એ સિદ્ધ.

મનોપલ્લ ૬૦મું કૃત્ય—એક (અવક) કાટખૂણ ત્રિકોણનો (અવ) પાંચો આપ્યો છે અને (અ) કાટખૂણથી સામેની વક કાંઈ ઉપરનો (અક) લંબ આપ્યો છે તે ઉપરથી તે કાટખૂણ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—એક મન સીધી લીટી સે અને તેના ઉપર કોઈ ઢ બિંદુ ઢા અ લંબદોર (પે. ૧૧) અને તે આપેલા લંબ ને ઢા ઢા અ રાખ (પે. ૩) એ બિંદુ આપેલા અવ પાયા ને ઢા અંતર ગેળ કર તે મન લીટીને વ બિંદુ છેલ્લે. અવ ઉપર અ બિંદુ અ લંબ કર (પે. ૧૧) તે મન ને ક બિંદુ અ મળશે. એટલે કરવાનો અવક કાટખૂણ ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—વક કાંઈ લીટી ઉપર આપેલા લંબ બરાબર અક લંબ દોરેલા છે. અને તે કાટખૂણ ત્રિકોણનો અવ પાંચો આપેલા પાયા બરાબર રાખેલા છે તે કરવાનો અવક $\Delta$  થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૧મું કૃત્ય—એક કાટખૂણ ત્રિકોણની એક બાજુ (મ) અને ફર્ણ તથા બીજી બે બાજુઓના સરવાળાનું અંતર (ન) આપેલું હોય તે ઉપરથી તે કાટખૂણ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—એક વર્ગ લીધો હોય, અને ફર્ણ આપેલી મ અને ન = ફર્ક અને ફર્ક રાખી, ક બિંદુથી વર્ગ ઉપર ફર્ક = કઅલંબ કર, (પે. ૧૧. ૩) અ તથા ડ સાંધ. અને અડ ની સાથે  $\angle$  અડક =  $\angle$  અડવ કર. (પે. ૨૩) એટલે કરવાનો અવકાશ થશે.

સિદ્ધતા—કઈ = અક = મ. (આ. ૨૨.) માટે વર્ગ = વક + અક છે અને  $\angle$  અડવ =  $\angle$  અડવ (આ. ૨૨.) માટે વઅ = વડ છે (પે. ૬) તે વર્ગ = વડ = અડ = ન એ આપેલું અંતર છે એસિધ.

મનોયત્ન ૬૨ મું પ્રમેય—(૧) એક સમદ્વિ બાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણની એક બાજુ અને ફર્ણ એઓનો (મ) સરવાળો; (૨) તેઓનું અંતર (ન) આપેલું હોય તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ બનાવવાનું.

સાધન—(૧) આપેલી મ = વડ લે, અને વધી વર્ગ સાથે કાટખૂણના અર્ધ જેટલો ખૂણો કરનારી વક દોર, અને વધી કાટખૂણના  $\frac{૧}{૨}$  જેટલો ખૂણો કરનારી કડ દોર, (પે. ૨૩) આ બે લીટીઓ ક આગળ મળશે. કયા કડ સાથે  $\angle$  વડક =  $\angle$  કઅ કરનારી કઅ દોર (પે. ૨૩) તે વડને અ આગળ મળશે એટલે કરવાનો અવકાશ થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$  અવક =  $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણ છે. (આ. ૨૨.)  $\angle$  વઅક =  $\angle$  અકઅ +  $\angle$  અડક (પે. ૩૨) =  $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણો કારણ કે તે ફર્ક  $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણ છે તે  $\angle$  અવક =  $\angle$  વઅક.  $\therefore$  વક = અક (પે. ૬)

અને  $\angle$ અવક +  $\angle$ વઅક = એક કાટખૂણો, તો અવક  $\Delta$ નો ખા  
કી રહેલો  $\angle$ અકવ કાટખૂણો છે. (પે. ૩૨) અને  $\angle$ અડક =  
 $\angle$ અકડ છે માટે અક = અડ છે (પે. ૧) તો વડ આપેલા  
સરવાળા = અવ + અક ખાન્ય છે તો અવક કરવાનો સમદ્વિ ખાન્ય  
કાટખૂણો  $\Delta$  થયો એ સિદ્ધ.

સાધન—(૨) એક વડમાંથી આપેલા ન = વડ રાખી વધી  
વડ સાથે  $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણા =  $\angle$ ડવક કર (પે. ૨૩) હંથા વડ ના  
વધારા સાથે  $\frac{૩}{૪}$  કાટખૂણાને  $\angle$ ડક કર. વક તથા ડક, ક આ  
ગળ મળે ત્યાંથી વકે ઉપર ક અ લંબ દોર (પે. ૧૧) તે  
વડ ને ક આગળ મળશે. એટલે દોરવાના અવક  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા—અવક  $\Delta$  માં  $\angle$ અકવ કાટખૂણો છે અને  $\angle$ અવક  
 $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણો છે.  $\therefore$   $\angle$ વઅક  $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણો (પે. ૩૨)  $\therefore$   $\angle$ અવ.  
ક =  $\angle$ કઅવ.  $\therefore$  વક = અક (પે. ૧) અને  $\angle$ અડક =  $\frac{૩}{૪}$  કાટ  
ખૂણો રાખેલો છે અને  $\angle$ કઅડ =  $\frac{૧}{૨}$  કાટખૂણો છે તો ખાકી-  
નો  $\angle$ અકડ =  $\frac{૩}{૪}$  કાટખૂણો છે (પે. ૩૨)  $\therefore$   $\angle$  અડક =  $\angle$   
અકડ.  $\therefore$  અક = અડ (પે. ૧) તો કરણ અવ-અક ખાન્ય =  
વડ અંતર થયું. માટે અવક  $\Delta$  થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૭ મું કૃત્ય—એક (અડક) કાટખૂણું ત્રિધોણી  
મે ખાન્ય એનાં અંતર મ અને કરણ ન આપેલો છે તે ઉપર  
ધા તે ત્રિધોણી બનાવવાનું.

સાધન—કોઈપણ અફ લીટીના અ બિંદુથી આપેલી મ = અ  
વ રાખી (પે. ૩) અને ન = અક રાખી, વધી વક સાથે  $\frac{૧}{૨}$  કા



કટખૂણા =  $\angle$ કવડ કરે એવી એક વડ લીટી દોર (પે. ૨૩) અને મધ્યબિંદુ ધારીને અક ત્રિજ્યા એ ગોળ કરે તે વડને ક બિંદુએ છેદશે. અ તથા ક સાંધ અને વધી અક ઉપર હઈ લંબદોર (પે. ૧૨) તે અડઈ કરવાનો  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા.—અડઈ ત્રિકોણની અડ કણુ લીટી = અક = તરુ. અને વડઈ કાટખૂણા  $\Delta$ માં  $\angle$ ઈ કાટખૂણા અને  $\angle$ વડઈ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણા છે માટે  $\angle$ વડઈ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણા; માટે વડઈ = હઈ (પે. ૧)  $\therefore$  અઈ-હઈ = અવ = મ એ આપેલા અંતર બરાબર છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૪મું કૃત્ય—કોષપણ (અવક) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણનો (વક) પાથો તેની એક બાજુ તથા માથાના ખૂણાથી પાથાપર દોરેલો લંબ (૧) એઓનો સરવાળો (મ) તથા (૨) બાંદખાકી (ન) આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા વક પાથને ક બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦) અને તે ઉપર હઈ લંબદોર (પે. ૧૧) અને તેમાંથી મ = હઈ ગણ (પે. ૩). હ તથા વ સાંધ. વડ સાથે વધી  $\angle$ વડઈ =  $\angle$ ઈવડ કરે એવી વડ દોર (પે. ૨૩) તે હઈ ને અ બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી સુધાર. અ તથા ક સાંધતો કરવાનો અવક  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા.— $\angle$ અવઈ =  $\angle$ અઈવડ. (આ ૨૫.)  $\therefore$  અવ = અઈ અને અવડ તથા અકડ  $\Delta$ માં અડ સાધારણ વડ = કડ અને ક આગળ કાટખૂણા છે.  $\therefore$  અવ = અક (પે. ૪).  $\therefore$  અવક  $\Delta$  સમદ્વિ બાજુ છે જેની એક બાજુ અવ + અડ = હઈ = મ એ સિદ્ધ.

૨ (પ્રકાર.)—સાધન આપેલા વક પાથને ક બિંદુએ દૂભાગ (પે.

૧૦) અને તેની નીચેની બાજુએ ઢઈ લંબ કર (પે. ૧૧) તે માંથી આપેલી ન = ઢઈ રાખ (પે.૩). ૩ તથા વ સાંધ, અને વઈ સાંધે  $\angle$ વઈઢ =  $\angle$ ઈવઅ કર એવી વઅ દોર(પે. ૨૩)તે વ ઢ લંબના વધારાના અ બિંદુએ મળશે. અત્યાક સાંધ તે કરવાનો અવકાશ ધશે.

સિદ્ધતા—અવકાશ ઉપર મુજબ સમદ્વિ બાજુ છે. અને  $\angle$ અઈ વ =  $\angle$ અવઈ (આ.૨૨)  $\therefore$  અવ = અઈ (પે. ૧)  $\therefore$  અવ = અઈ—અઈ લંબ = ઢઈ = ન આપેલું અંતર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૫મું કૃત્ય—એક આપેલી(ને) ઉંચાઈ બરોબર જેની ઉંચાઈ થાય એવો એક સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ બનાવવો કે, જેની બે બાજુઓ કોઈ આપેલા (ઢ તથા ઈ) બિંદુમાં થઈને જાય, અને તેનો પાયા આપેલા(મ) પાયા બરોબર થાય.

સાધન—આપેલાં બે બિંદુઓ ઢઈ લીટીએ સાંધ, અને આ પેલા મ પાયા ઉપર ન ઉંચાઈએ સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ કરતાં તેનો પાયા આગળનો જોડો ખૂણો થાય તેટલો ખૂણો રાખીને ઢઅ તથા ઈઅ લીટીઓ કર (પે. ૨૩) એ લીટીઓ અ બિંદુએ મળે ત્યાંથી ઢઈ પાયા ઉપર અક લંબ દોર (પે. ૧૨) અકના અ બિંદુથી ન = અગ રાખ, (પે. ૩) ગયા ઢઈને સમાંતર વગક દોર (પે. ૩૧). એટલે કરવાનો અવકાશ ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—ઢઈ તથા વક સમાંતર છે માટે  $\angle$ ઈ =  $\angle$ ક અને  $\angle$ ઢ =  $\angle$ વ (પે. ૨૬) કે જેઓ મ પાયા ઉપરના ન ઉંચાઈના સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના ખૂણાની બરોબર છે અને વળી અવગક

=  $\frac{1}{3}$  કરવાનો ત્રિકોણ થશે (પે. ૨૬) તેથી કરવાનો અવક ત્રિકોણ થયો કે જેની અગળંચાઈ = ન છે અને મ = બક પાયા છે, તથા તેની અવ અને અક બાજુઓ આપેલા બે ઢ તથા ૬ બિંદુમાં થઈને જાય છે એ સિદ્ધ.

મનોરથ ૬૬ મું કૃત્ય—એક (અવક) સમબાજુ ત્રિકોણની એક ખૂણાથી તેની સામેની બાજુ ઉપર દોરેલો લંબ (મ) આપેલો છે તે ઉપર તે સમબાજુ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—કોઈપણ ફઈ લીટીમાં ૬ બિંદુથી ૬ક લંબ દોર (પે. ૧૧) અને મ = ૬ક રાખ (પે. ૩). ક બિંદુથી કડ સાથે કાટખૂણાના ત્રિભાગ જેટલો ખૂણો કરે એવી કઅ તેમજ કબ દોર (પે. ૨૩) એટલે અવક કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$  ૬અક +  $\angle$  ૬અકડ =  $\angle$  ૬અકડાટખૂણો છે અને  $\angle$  ૬અકડ =  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો છે તો બાકીનો  $\angle$  ૬અક =  $\frac{2}{3}$  કાટખૂણો રહેશે. અને એજ પ્રમાણે  $\angle$  અવક =  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો. ને  $\angle$  ૬અકડ +  $\angle$  ૬અકડ =  $\angle$  ૬અકવ =  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો છે, (આ. ૨.) માટે અવક  $\triangle$  માં ત્રણ ખૂણા બરાબર તેથી તે સમબાજુ ત્રિકોણ છે (પે. ૬) કે જેમાં કડ = મ આપેલો લંબ છે એ સિદ્ધ.

મનોરથ ૬૭ મું કૃત્ય—એક (અવક) સમબાજુ ત્રિકોણની બે ખૂણાને દૂભાગનારી લીટી (મ = ન) આપેલી છે તે ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુ કહાડવાનું.

કોઈપણ સમબાજુ ત્રિકોણનો દરેક ખૂણો  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો છે. માટે તેને દૂભાગનારી લીટીઓથી પાયા સાથેના દરેક ખૂણા =  $\frac{1}{3}$

કાઠખૂણા થયે. તેથી તેઓ ખરોખર થયે માટે તે બે લીટીઓ મળવાથી થયેલા ત્રિકોણ સમઘ્વિખાંજી થયે અને તેઓના મળવાથી એ ખૂણા થયે તે  $1\frac{1}{2}$  કાઠખૂણા થયે (પે. ૩૨)

સાધન—ઠાકપણ વડે લીટીના બે છેડાથી  $\frac{1}{2}$  કાઠખૂણા કરે એવી વડે દોર (પે. ૨૭) અને તેમાંથી મ = વડે રાખ (પે. ૩) હ થી વડે સાથે  $1\frac{1}{2}$  કાઠખૂણા =  $\angle$  વડે કં કરે એવી લીટી દોર. તે વડે ને ક આગળ મળશે. એટલે બક સમખાંજી ત્રિકોણની ખાંજી થયે.

સિદ્ધતા— $\angle$ કવડ =  $\frac{1}{2}$  કાઠખૂણા અને  $\angle$ વડક =  $1\frac{1}{2}$  કાઠખૂણા માટે  $\angle$ વકડ =  $\frac{1}{2}$  કાઠખૂણા (પે. ૩૨)  $\therefore \angle$ કવડ =  $\angle$ વકડ  $\therefore$  વડ = કડ = મ = ન (પે. ૧) અને એ બક ઉપર (પે. ૧) સમખાંજી ત્રિકોણ કરવાથી વડે તથા કડે લીટીઓ  $\angle$ અવક અને  $\angle$ અકવને દુભાગથે એ સિદ્ધ.

મનોમલ ૧૮મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણની (અવ તથા અક) બે ખાંજીઓ અને એક ખૂણા આપેલા છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

(પેહેલી રીતે) સાધન—આપેલા ખૂણા આપેલી બે લીટીઓની વચે હશે તો અવની સાથે અથવા આપેલા ખૂણા એટલે ખૂણા કરે એવી રીતે અક દર (પે. ૨૩) વ તથા ક સાંધ, એ ઠસે કરવાનો ત્રિકોણ થયો.

સિદ્ધતા—પ્રત્યક્ષ છે—

(બીજી રીતે) સાધન—જો આપેલા ખૂણા આપેલી કોઈ અ

કે બાળુની સામે છે તે અવના વ છેડાથી તેટલો ખૂણો કરતાં શી કોણ વડ કર, ( પે. ૨૩ ) અને અંધી બીજી આપેલી અંક લીટી નેટલે અંતર ગોળ કર, તે વડ ને કે આગળ મળશે એ-ટલે અંકવ કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—અવ તથા અંક આપેલી બાળુઓની બરાબર છે કે નેમાં અંકની સામે આપેલા અંક ખુણો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૯ મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણનો (વક) પાયા. એ બાળુઓની બાદબાકી (મ) તથા પાયા આગળના એ ખૂણાની (ક) બાદબાકી આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા વક પાયાના વ છેડાથી  $\frac{1}{2} \angle ક = \angle કવડ$  કર, 'ક થી મ = કઈ રાખ ( પે. ૨ ) અને કઈ ત્રીજાએ ગોળ કર. તે વડને ઢ બિંદુએ મળશે. કઈ સાધ. અને તેને વધાર. વડ સાથે વંધી ( પે. ૨૩ )  $\angle વડઅ = \angle ઢવઅ$  કરતાં વઅ લીટી ઢઅને અ બિંદુએ મળશે. એટલે કરવા-નો અવક ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા!—અવડ  $\Delta$  માં  $\angle અવડ = \angle અડવ$  માટે અવ = અડ ( પે. ૧ ) માટે અક-અવ ( = અડ ) = કઈ = કઈ = મ એ બે બાળુઓની બાદબાકી છે ને  $\angle કવડ + \angle વકડ = \angle વડઅ = \angle અવડ$  ( પે. ૩૨ ).  $\angle અવડ - \angle વકડ = \angle કવડ$  માટે  $\angle અવક - \angle વકડ = ૨ \angle કવડ = \angle ક$  એ આપેલા ખૂણો છે એ સિદ્ધ. મનોયત્ન ૭૦ મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણની (મન) ૫

રિમિતી અને પાયા તરફના બે (ક્ષ તથા ય) ખૂણા આપેલા છે તે ઉપરથી ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલી મન લીટીના છેડાથી અનુક્રમે  $\angle$ ક્ષ તથા  $\angle$ ય =  $\angle$ સમન તથા  $\angle$ સનમ (પે. ૨૩) કર. અને તેઓને મ ક તથા નક અનુક્રમે (પે. ૯) દૂભાગનારી લીટીઓ ક આ ગળ મળે ત્યાંથી મસ તથા નસ ને અનુક્રમે કમ તથા કવ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) એટલે કરવાનો અવક ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$ સમક =  $\angle$ મકઅ (પે. ૨૯) અને  $\angle$ સમક =  $\angle$ કમઅ છે.  $\angle$ મકઅ =  $\angle$ કમઅ અને તે જ પ્રમાણે  $\angle$ નકવ =  $\angle$ વનક. અમ = અક અને વન = વક માટે અક + વક + અવ = મન એ  $\Delta$ ની આપેલી પરિમિત છે અને  $\angle$ સમન =  $\angle$ કઅવ =  $\angle$ ક્ષ તથા  $\angle$ સનમ =  $\angle$ કવમ =  $\angle$ ય (પે. ૩૯) એ આપેલા ખૂણા છે એ સિદ્ધ.

મનોમત્ત હામું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણનો વક પા- યો અને પાયા તરફના (વ તથા ક) ખૂણાના સરવાળાનું અર્ધ (ક્ષ) તથા તેઓની બાદબાકીનું અર્ધ (ય) આપેલું છે, તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—સરવાળાનું અર્ધ + બાદબાકીનું અર્ધ = માટું પરિમિ ત અને સરવાળાનું અર્ધ—બાદબાકીનું અર્ધ = નાનું પરિમિત. માટે વક પાયાના એક છેડા આગળ તેની સાથે  $\angle$ ક્ષ તથા  $\angle$ ય ના સરવાળા જેટલો ખૂણો કરે એવી રીતે વંઅ લીટી કર. આ ને બીજા છેડા આગળ  $\angle$ ક્ષ તથા  $\angle$ ય ની બાદબાકી જેટલો

ખૂણા કરે એવી રીતે કમ કર (પે. ૨૩). તે તેઓ ખંને અખિંદુએ મળશે એટલે કરવાનો અર્થક ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—ઉપર પ્રમાણે વ તથા ક ખૂણા આપેલા ખૂણા બે રોબર વક પાયા સાથે છે માટે કરવાનો અર્થક  $\Delta$  થશે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૨મું કૃત્ય—સમાંતર ત્રણ એવી બે (કમ) તથા (ઇન) લીટીઓ અને તેઓની વચ્ચે એક (વ) ખિંદુ આપેલું છે. તે બે લીટીઓની વચ્ચે એવી એક (વકડ) ત્રિકોણ કરવા કે જે નું એક ખાણુ ખિંદુ આપેલા ખિંદુએ થાય. અને બીજા બે (ક તથા ડ) આપેલી લીટીઓમાં એવી રીતે થાય કે આપેલી લીટીઓને આપેલા ખિંદુથી જે લીટીઓ (ક તથા ડ) મળે તેઓ બેરોબર ખૂણા કરે.

સાધન—આપેલી કમ તથા ઇન ને વધાર કે તેઓ અખિંદુએ મળે. વધા અન તથા અન સાથે અનુક્રમે વક તથા વડ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) કે તેઓ અમ તથા અન ને ક તથા ડ ખિંદુએ મળે. કડ સાંધ એટલે કરવાનો વકડ  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા—અકવડ સમાંતર બાણુ એ ખૂણાના  $\angle$  અકવ =  $\angle$  અડવ (પે. ૩૪) કે જે વડક  $\Delta$ ની વક તથા વડ બાણુઓ આપેલી લીટીઓમાં અને તેની સાથે બેરોબર ખૂણા કરે છે. તથા તેનો  $\angle$  વ આપેલા વ ખિંદુએ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૩મું કૃત્ય—કોઈ પણ (અર્થક) ત્રિકોણની ત્રણે બાણુઓનાં દૂબાગ ખિંદુથી તેઓની સામના ખૂણા સુધીની (ક્ષ, ય, જ) લીટીઓ આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલી ક્ષ, ય, જ્ઞના  $\frac{1}{3}$  = અનુક્રમ અહ, અઈ, અને હઈ લીટીઓ લે અને તેનો (પે.૨૨) અહઈ  $\Delta$  કર. હ તથા ઈયા અઈ તથા અહને સમાંતર હવ તથા હવ લીટીઓ દોર (પે.૩૧). તે વ બિંદુઓ મળશે અવ સાંધ. હઈ = ઈક વ-ધારીને રાખ (પે.૩). કઝ તથા કવ સાંધ. એકલે કરવાનો અવક ત્રિકોણ થશે.

અઈ તથા હઈને વધાર કે તેઓ વક તથા અકને ક ત-થા હ બિંદુઓ મળે. અઈવહ સમાંતર આશુ ચોખ્ખા છે. માટે અઈ = હઈ (પે.૩૪) અને અન = નવ તથા હન = નઈ. નઈ =  $\frac{1}{2}$  હઈ =  $\frac{1}{2}$  કઈ =  $\frac{1}{3}$  જ્ઞ. કન = જ્ઞ.  $\Delta$  અઈન =  $\Delta$  હઈન (પે. ૩૯) અને  $\Delta$  અઈન =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અકઈ;  $\Delta$  હઈન =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  હકઈ તથા  $\Delta$  અઈન =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અવઈ.  $\therefore \Delta$  અવઈ =  $\Delta$  વકઈ =  $\Delta$  અહઈ.  $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$   $\Delta$  અવક અને જો  $\frac{1}{2}$  અઈ = ઈફ તથા તો તે વ-ધાર અને  $\frac{1}{2}$  અઈ = ઈગ કર ગવ અને ગક સાંધ. તો  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અવઈ =  $\Delta$  ઈગવ =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અવક. એજ પ્રમાણે  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અઈક =  $\Delta$  ઈગક =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અવક.  $\therefore \Delta$  ઈગવ +  $\Delta$  ઈગક = કઈગ =  $\frac{1}{3}$   $\Delta$  અવક.  $\therefore$  કઈગ =  $\Delta$  કઈવ પણ એ આશુ એના ભાગની બ-રોબર થાય છે એ શક્ય છે. અને એજ પ્રમાણે બિંદુ, વકની માટે અથવા બહાર પડે તો અશક્ય પરિણામ થશે. માટે  $\frac{1}{2}$  અઈ = ઈફ છે, અને તેજ રીતે  $\frac{1}{2}$  હઈ = હઈ થશે.  $\therefore$  અઈ =  $\frac{2}{3}$  ય છે તો અફ = ય અને તેજ રીતે વહ = ક્ષ છે હવે  $\frac{1}{2}$  અઈ = ઈફ.  $\therefore \Delta$  હવક =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અવક અને  $\Delta$  ઈકફ =  $\frac{1}{2}$   $\Delta$  અવક.  $\therefore \Delta$



ફવફ =  $\Delta$ ફકફ. વક = ફક એજ પ્રમાણે અહ = ફક ત  
માટે અવક કરવાનો ત્રિકોણ થયો. કારણ કે આપેલી ફ,  
ય અને જ લીટીઓ તેની જાણુઓને દૂભાગેછે એ સિધ્ધ.  
મનોયત્ન ૭૪ મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણનો (વક) પા-  
ચો, જીજી એ જાણુઓનો સરવાળો (વડ), અને પાયા તરફનો  
એક (અવક) ખૂણો આપ્યોછે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા વકપાયાના એક જ છેડા આગળ આ  
પેલા  $\angle$ અવક = ખૂણો કરે એવી વડ લીટી કર (પે. ૨૩), અને  
તેમાંથી આપેલા સરવાળા જેટલી વડ રાખ (પે. ૩) હ તથા  
કે સાધ. અને કહ સાથે  $\angle$ વડક =  $\angle$ કકઅ કર (પે. ૨૩).  
તે વડ ને એ બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર, એટલે કરતા-  
નો અવક  $\Delta$  થશે.

સિધ્ધતા— $\angle$ અકક =  $\angle$ અકક હ. વક = અક (પે. ૧).  
વક + અક = વડ આપેલા સરવાળો છે. અને આપેલા વક  
પાયા સાથે આપેલા જ ખૂણો છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૭૫ મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણનો (વક)  
પાચો અને, અને જીજી એ જાણુઓની (મ) આદ્યાકી તથા  
પાયા આગળનો કોણપય એક (જી) ખૂણો આપેલો છે તે  
ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—પેહેકું ધાર કે  $\angle$ જી જીન કરતાં નાનો છે, તે આ  
પેલા વક પાયાના ક છેડા આગળ તેની સાથે  $\angle$ જી =  $\angle$ વકક  
કર (પે. ૨૩). અને મ = કહ રાખ (પે. ૩). વ તથા હ સાધ

અને કંઈ વધારીને વડ સાથે વ આગળ  $\angle$ વડઅ =  $\angle$ વડઅ  
૩૨ (પે. ૨૩). તો હઅ તથા વઅ એ બે અખિંદુએ મળશે  
એટલે કરવાનો અવકાશ છે.

સિદ્ધતા— $\angle$ અડવ =  $\angle$ અવડ. ∴ અવ = અડ (પે. ૬). ∴  
ક-અવ = કડ = મ એ આપેલું અંતર છે અને વક આપેલ  
પાયા સાથે  $\angle$ ક =  $\angle$ ક આપેલો ખૂણો છે એ સિદ્ધ.

(૨) ધારે કે  $\angle$ ક ખીળ કરવાં મોટો છે.

સાધન—વક પાયાના ક છેડા સાથે  $\angle$ ક =  $\angle$ વકઅ કર  
(પે. ૨૩) અને અક ને ગીચે હ સુધી મ = કંઈ વધાર (પે.  
૩). અને વ તથા હ સાંધ. વડ સાથે  $\angle$ કડવ =  $\angle$ વડઅ ૩૨ (પે.  
૨૩). તેવઅ લાગી હઅને મળશે એટલે કરવાનો અવકાશ છે.

સિદ્ધતા—ઉપર મુજબ વિચાર કરવાથી સ્પષ્ટ માલમ પડશે.

મનોવલ ૭૬ મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણનો (વક) પાયા  
બેગી સામનો (ક) ખૂણો, અને ખીછ ને બાજુબાગી બાજુ  
બાજી (કંઈ) આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા કંઈ અંતરના હ તરફના વધારા તરફ  
આપેલા  $\angle$ કના નુન્યતાપૂરક ખૂણાના અર્ધ જેટલો ખૂણો કર  
નારી વડ દાર (પે. ૨૩) અને ક મધ્ય ખિંદુ બાગીને આપે  
લા વક પાયા જેટલો અંતરે ગોળ કર તે હવ ને વ ખિંદુ  
મળશે. વધા  $\angle$ અડવ =  $\angle$ વડઅ ૩૨. તો કરવાનો અવકાશ છે.

સિદ્ધતા— $\angle$ અવડ =  $\angle$ અડવ છે. ∴ અવ = અડ (પે. ૬).  
ક-અવ = કડ અંતર છે. અને  $\angle$ વડઅ +  $\angle$ અવડ ના નુન્યતા

૫૨૬ =  $\angle$ વઅડ =  $\angle$ સ(પે. ૩૨) માટે કરવાનો અવકાશ એ સિદ્ધ.

મનોધર્મ ૭૭ મું કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણની બે બાજુએ  
નો (સ) સરવાળો તથા (વક) પાંચો આપ્યો છે તે ઉપરથી તે  
ત્રિકોણ બનાવવો કે તેના માથાના (મ) ખૂણાને દૂભાગનારી લી  
ટી એક બીજી (કન) આપેલી લીટીને સમાંતર થાય.

સાધન—આપેલી કનના ક છેડાથી આપેલા પાયા = કવ  
કર. અને એ મધ્ય બિંદુ ધારીને સ અંતરે ગોળ કર તે કન  
ને મ બિંદુએ છેદશે. કડ સાથે ક બિંદુથી  $\angle$ વમક =  $\angle$ મક  
અ કર (પે. ૨૩). તે વચ્ચે એ બિંદુ બંધ થશે.  $\angle$ વઅક ને  
દૂભાગનારી અડ કર (પે. ૬) તે કનને સમાંતર થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$ અકમ =  $\angle$ અમક  $\therefore$  અમ = અક (પે. ૧)  $\therefore$   
અવ + અક = વમ = સ છે અને  $\angle$ અમક +  $\angle$ અકમ =  $\angle$ વઅક  
(પે. ૩૨)  $\therefore \angle$ કઅવ =  $\angle$ અકમ =  $\angle$ અક  $\therefore$  અડ તથા અ  
વ સમાંતર છે. (પે. ૨૭). તે કરવાનો અવકાશ એ સિદ્ધ.

મનોધર્મ ૭૮ મું કૃત્ય—એક આપેલી (અવ) લીટીની બ-  
હાર આપેલા (ક) બિંદુથી એક એવી લીટી દોરવી કે તે  
આપેલી લીટી સાથે આપેલા (ડ) ખૂણા બરાબર ખૂણો કરે.

સાધન—આપેલા ક બિંદુથી અવની સાથે કમ સમાંતર  
કર (પે. ૩૧). કયા કમ સાથે  $\angle$ અ =  $\angle$ મકઈ કર (પે. ૨૩)  
તો કઈ કરવાની લીટી થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$ વઅક =  $\angle$ કઈમ (પે. ૨૬) =  $\angle$ અ. કઈ લીટી-  
થી આપેલા  $\angle$ અ =  $\angle$ કઈવ થયો એ સિદ્ધ.

મનોમત્ત ૭૬ મું કૃત્ય—એક આપેલા(અ)ખિંદુથી આપેલીએ (મન તથા સર) સમાંતર લીટીઓને બે(વ તથા કે) ખિંદુએમને એવી લીટી દોઢી, કે તે(વ ત) આપેલા(કે) લીટીની બરાબર થાય.

સાધન મધ્ય ક્ષ = મડ લે (પે. ૩). મધ્ય મડ અંતરે ગો-  
ળ કર તે સર ને ગ આગળ છેદવે. મગ સાંધ. અધીમગ સા-  
થે એવક સમાંતર કર (પે. ૩૧), કે તે મન તથા સર ને વ  
તથા કે ખિંદુએ છેદવે તો ક્ષ = એક થશે.

સિધ્ધતા—મન તથા સર અને મગ તથા એક સમાંતર છે. ક્ષ = મ  
ડ = મગ = એક (પે. ૩૪). ક્ષ આપેલી લીટી = એક છે એ સિધ્ધ.

મનોમત્ત ૮૦ મું પ્રમેય.—બે (મન તથા સર) સમાંતર  
લીટીઓને સાંધનારી (વક) લીટીના (ડ) દૂભાગ ખિંદુમાંથી  
જનારી બે સમાંતર લીટીઓની વચ્ચેની સધળી (ફડ) લીટી-  
ઓ તે ખિંદુએ દૂભાગાશે.

વકના ડ દૂભાગ ખિંદુમાંથી જનારી ફડ દૂભાગાશે, વડ  
ડ તથા કફડ એમાં વડ = ડક (આ. ૨૨.), ડકવડ = ડ  
કફ અને ડકવડ = ડકફ (પે. ૨૬). ફડ = વડ ( પે.  
૨૧). ફડ લીટી ડ ખિંદુએ દૂભાગામાં એ સિધ્ધ.

મનોમત્ત ૮૧ મું કૃત્ય—એક (અ, ખિંદુથી નીકળેલી ત્રણ  
(એવ, એક તથા એડ) લીટીઓને છેદે એવી (ફગ) લીટી  
દોર કે તેઓની વચ્ચેના (ફડ તથા ગડ) ભાગ બરાબર થાય.

સાધન—એકમાંથી કોમ રૂં ખિંદુ લે, અડ = રૂં ગળ (પે.  
૩). રૂં એવને સમાંતર રૂં દોર (પે. ૩૧). રૂં સાંધ. અને

તે અવનેફ આગળ મળે ત્યાં સુધી પધાર, એટલે કરવાની ગતિ થશે.

તિર્કતા—અફડ તથા ગઢઈ  $\Delta$  માં  $\Delta$  અફ =  $\Delta$  ગઢઈ (પે. ૧૫).  $\Delta$  ફઝઈ =  $\Delta$  ઇહગ (પે. ૨૨) અને અઈ = ઇહ (આ. ૨૫).  
 $\therefore$  ગઈ = ઇફ (પે. ૨૧) એ તિર્ક.

મનોયત્ન ૮૨ મું પ્રમેય—મે (અવ તથા અક) સીધી લીટી ખોના એક (વ) પિંડુયા ખીજી ઉપર (વડ) લંબ કરી મે, તે ના (ડ) છિડાયા ખીજી (અવ) ઉપર (ઢઈ) લંબ કરીએ; તેમજ (ક) થી (અવ) ઉપર (કગ) લંબ કરીએ અને તેના (ગ) છિડાયા (અક) ઉપર (ગફ) લંબ કરીએ તો તે લીટી ખોના છિડાયા જે લંબ દોર્યા છે, તેઓના છિડાયા ઘેરેલા લંબોના છિડાને સાંધનારી (ફફ) આપેલી લીટી ખોના છિડાને સાંધનારી (વક) લીટીને સમાપ્ત થશે.

ઢઈ તથા વક પધાર છે તેઓ હ આગળ મળે હગ સાંધ, અને તેને ન આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦) ફન તથા ઇન સાંધ, ઇનને પધાર તે વડને મ આગળ મળશે. ગઈ = નગ = નહ = નફ (મ. ૩૨).  $\therefore \Delta$  નઈગ =  $\Delta$  નગઈ,  $\Delta$  નઈફ =  $\Delta$  નફઈ,  $\Delta$  નઈહ =  $\Delta$  નહઈ (પે. ૫). પણ  $\Delta$  નઈફ +  $\Delta$  નફઈ =  $\Delta$  ફનમ (પે. ૩૨).  $\therefore \Delta$  હનમ =  $2\Delta$  ફઈન, પણ  $\Delta$  નહહ +  $\Delta$  નહઈ =  $\Delta$  હનમ (પે. ૩૨).  $\therefore \Delta$  હનમ =  $2\Delta$  નહઈ.  $\Delta$  ફનહ =  $2\Delta$  ફઈહ પણ  $\Delta$  ફનહ =  $\Delta$  નફગ +  $\Delta$  નગફ =  $2\Delta$  નગફ (પે. ૩૨).  $\therefore 2\Delta$  ફઈહ =  $2\Delta$  નગફ.  $\therefore \Delta$  ફઈહ =  $\Delta$  હગફ અને તેણેજ (વકના દુભામ પિંડુયા હ તથા ગ સાંધીને) વિચાર કરવાયા  $\Delta$  ગઢવ =  $\Delta$  ગવક થશે, અને  $\Delta$  ગઢવ =  $\Delta$  હગફ (પે. ૨૬) અને  $\Delta$  હગફ =  $\Delta$  હઈફ (૭૫).

પ્ર.) : ડડફ = /ગકવ.પણ  $\angle$ ગકવ =  $\angle$ ઈહવ (પે. ૨૯)

ડડફ =  $\angle$ ઈહવ : ઈફ ને વક સમાંતર (પે. ૨૭) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૮૩ મું પ્રમેય — એક (અવક) કાટખૂણા ત્રિઘાણુ ની કાટખૂણા કરનારી (અથવા અક) બાજુઓને વધારાને બહારના ખૂણાને દૂબાગનારી (વડ તથા કડ) લીધાઓઈ બિંદુ એ મળે ત્યાંથી તે બે વધારેલી બાજુઓ ઉપર (ઈફ તથા ઈ ડ લંબ કરવાથી (અડ ઈફ) એક ચોરસ થયે. (સમાંતર બાજુઓ ખૂણાનો ઉપયોગ કર્યા વિનાય સિધ્ધ કરે.)

ફ તથા ડ સાંધ, ઈવી વક ઉપર ઈગ લંબ કર (પે. ૧૨) કફઈ તથા કમઈ  $\Delta$ માં  $\angle$ કફઈ =  $\angle$ કમઈ કાટખૂણા છે,  $\angle$ ફકઈ =  $\angle$ ઈકમ (આ. ૨૨.) અને કર સાધારણ છે : ફઈ = મઈ (પે. ૨૬) અને એજ પ્રમાણે મડ = ડઈ છે તો ફઈ = ડઈ :  $\angle$ ઈફ ડ =  $\angle$ ડડફ (પે. ૫) અને  $\angle$ અફઈ =  $\angle$ અડઈ કાટખૂણા છે :  $\angle$ અફડ =  $\angle$ અડફ : અફ = અડ (પે. ૬) મફડ  $\Delta$ માં  $\angle$ અફડ કાટખૂણા,  $\angle$ અફડ =  $\angle$ અડફ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણા :  $\angle$ કફઈ =  $\angle$ ફકઈ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણા, અને અફડ તથા ફઈઈ  $\Delta$ માં ફઈ સાધારણ.  $\angle$ અફડ =  $\angle$ ઈફક તથા  $\angle$ અડફ =  $\angle$ ડડફ કારણ કે તેઓ  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણા છે : અડ = ડઈ, અફ = ફઈ અને  $\angle$ ફઅડ =  $\angle$ ફઈ ડ = કાટખૂણા : અફ = અડ = ડઈ = ડફ અને એ ચોખૂણા આકૃતિના સઘળા કાટખૂણા છે : તે ચોરસ છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૮૪ મું કૃદવ — બરાબર બાજુઓની બે (મન, સર અને પવ, કય)નેડો આપેલી છે તે ઉપરથી તેઓનો ચોરસમાં

મોટા સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા બનાવવાનું.

સાધન—સર = અવ લ અ બિંદુથી પંચ ઉપર અક લંબ કર (પે. ૧૧) મન = અક રાખ (પે. ૩) કયા અંબને સમાંતર કડ અને વધી અંકને સમાંતર વડે દોર (પે. ૩૧) તો અંબડક મોટા સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા થશે.

સિદ્ધતા—જો તે તથા તો કડમાં કોઈક બિંદુ લે. અક સાંધ અને તેમાંથી અક = અઈ રાખ (પે. ૩) ર્થા અવ સાથે ર્ગ અને વધા અઈ સાથે વગ સમાંતર દોર પે. ૩૧) તેઓ ગ આગળ મળશે. વગને વધાર તે કડને હ આગળ મળશે ત્યારે અંડ ચોખ્ખા = અહ ચોખ્ખા (પે. ૩૫). પણ અહ ચોખ્ખા કરતાં અર્ગ ચોખ્ખા નહાનો છે. અંડ ચોખ્ખા કરતાં પણ અર્ગ ચોખ્ખા નહાનો થયો; અને એજ પ્રમાણે બીજા જોડનો કોઈપણ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા કરીશું તો તે અંડ ચોખ્ખા કરતાં નહાનો થશે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૫ મું પ્રમેય—એક (અકવગ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાની બે (અવ તથા વગ) કર્ણ લીટીઓ આપેલી છે; તે ઉપરથી તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા એવા કરવો, કે તેનો એક ખૂણો આપેલા (મ) ખૂણાની બરાબર થાય. <sup>૧</sup>

સાધન—અવ ઉપર અર્ધા અક લંબ કર (પે. ૧૧). અક સાથે લમ = લકઅંડ કર (પે. ૨૩). અંબને ર્ બિંદુએ દૂબા-ગ (પે. ૧૦). ર્થા અવ ઉપર ર્ અંક લંબ કર. તે અંકને હ આગળ

<sup>૧</sup> આપેલા ખૂણો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા હોવા નિમિત્તે એ વિદ્યાર્થીઓ સહેલથી સમજશે.

મળશે ર્ધા ૧ ફગ અંતરે ફનગ ગોળ કર. હયા હઅ અં-  
તરે અવક ગોળ કર. તે પેલેલાને ફ બિ દુએ છેદશે. હફ, વફ  
અનેફ સાંધ ફને વધાર તે ગોળને ગ આગળ મળશે. અફ, લગ  
મફ અને ગવ સાંધ. તે અફવગ સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ થશે.

(સિદ્ધાન્ત — અગર ૧૫) ફવફ  $\triangle$  માં અફ = ફવ (આ. ૨૫૦)  
ફફ = ફગ (આ. ૧૫), અને  $\angle$  અફગ =  $\angle$  વફફ (પે. ૧૫).  $\therefore$  અ  
ગ = ફવ અને  $\angle$  અગફ =  $\angle$  ફફવ (પે. ૪).  $\therefore$  અગ તથા ફવ સ-  
માંતર (પે. ૨૯).  $\therefore$  અફ = વગ અને તે સમાંતર (પે. ૩૩). વ-  
ળી અફ = ફવ, ફફ રાધારણુ અને ફ આગળના ખૂણા કા-  
ટખૂણા.  $\therefore$   $\angle$  અફફ =  $\angle$  ફફફ (પે. ૪).  $\therefore$   $2\angle$  અફફ =  $\angle$  અફવ અને  
 $\angle$  ફકમફ =  $\angle$  અફફ (પે. ૨૯).  $\therefore$   $2\angle$  ફકમફ =  $\angle$  અફવ. હવે અફ  
= વફ = ફફ (આ. ૧૫).  $\therefore$   $\angle$  અફફ +  $\angle$  ફકમફ =  $\angle$  અફવ (પે.  
૩૨) પણ  $\angle$  અફફ =  $\angle$  ફકમફ.  $\therefore$   $2\angle$  અફફ =  $\angle$  અફવ તેજ પ્ર-  
માણે  $2\angle$  વફફ =  $\angle$  વફવ.  $\therefore$   $2\angle$  વફવ =  $\angle$  અફવ =  $2\angle$  ફકમફ.  
 $\therefore$   $2\angle$  વફવ =  $2\angle$  ફકમફ.  $\therefore$   $\angle$  ફકમફ =  $\angle$  વફવ કે જે આપેલા  
ખૂણાની ખરેખર થયો.  $\therefore$  અફવગ કરવાનો સમાંતર બાજુ ચો-  
ખૂણુ થયો એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૮૬ મું કૃત્ય — એક (અવકફ) સમાંતર બાજુ  
ચોખૂણુની (અક) કાંઈ લીટી અને તેની સામેનો (લ) ખૂણો  
જ્યાં તે ખૂણો કરનારી બે બાજુઓનો સરવાળો (મ) આ-  
પેલો છે તે ઉપરથી તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ બતાવવાનું.  
શ્રાવણ — એક પાસો, મ બે બાજુનો સરવાળો, અને તેઓ



ત્રી વચેનો  $\angle$ ક આપેલા છે તે ઉપરથી એક અકડ  $\Delta$ કર. (મ. ૫) અને અડ તથા કડ સાથે ક તથા અધી કવ તથા અવ સમાંતર દોર (પે. ૩૧), તેઓ વ આગળ મળશે. એટલે કર-સનો અવકડ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ થશે.

સિધ્ધતા—અડ તથા વક અને કડ તથા અવ સમાંતર છે માટે તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ છે અને તેનો  $\angle$ અડક =  $\angle$ ક તથા અડ+કડ = મસરતાળા, અને અકડ હું લીટી છે માટે તે કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ (અવકડ) થયો એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૮૭ મું કૃત્ય—એક (અવકડ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુંની એક (મક) કહું લીટી અને તેની સાથે એક (અવ) બાજુથી થએલો (ન) ખૂણો આપ્યો છે; તે ઉપરથી તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ એવી રીતે બનાવવો, કે તેની બીજી (વડ) કહું લીટી એક આપેલી (મ) લીટી સાથે સમાંતર થાય.

સાધન—આપેલી અકની સાથે આપેલા  $\angle$ ન =  $\angle$ ક અવ કર. (પે. ૨૩) એકને ઇ આગળ દૂભાગ (પે. ૨૦) રૂપા મને સમાંતર ડઈવ દોર (પે. ૩૧); તે કવને વ આગળ મળશે એક ધી અવને સમાંતર કડ દોર તે વડે ડ આગળ મળશે. અડ અને વક સાધ તોગવકડ કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ થશે.

સિધ્ધતા—અવ અને કડ  $\Delta$ મા અડ = ઇક (આ. ૨૫.)  $\angle$ ડ અવ =  $\angle$ કડ (પે. ૨૯) અને  $\angle$ અવ =  $\angle$ કડ (પે. ૧૫) માટે અવ = કડ માટે અવકડ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ. (પે. ૩૩) કે જેની વડે કહું લીટી આપેલી મની સાથે સમાંતર એ સિધ્ધ.

મનોવલ્લભ ૮૮ મું પ્રમેય—જો બે (અવકંઠ તથા અંબકંઠ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાની બાજુઓ બરોબર હોય પણ (અ) ખૂણ કરતાં બે ખૂણો માટા હોય તો (અંક) કર્ણ, (અંત) કર્ણ કરતાં નાની થયે, પણ (વડ) કર્ણ (વંઢ) કર્ણ કરતાં માટી થયે. ચોખ્ખાના ચાર ખૂણાનું માપ ચાર કાઠખૂણાં બરોબર છે. (પે. ૩૨ અનુ)  $\angle$ વમઢ =  $\angle$ વકંઠ અને  $\angle$ વંઢ =  $\angle$ વકંઠ (પે. ૩૪) અને  $\angle$ વંઢ કરતાં  $\angle$ વમઢ માટા છે માટે  $\angle$ અંબકં કરતાં  $\angle$ અવક તહાનો થયે. અવક તથા અંબકં  $\Delta$ માં અવ = અંબ તથા વક = વંક, તથા  $\angle$ અવક કરતાં  $\angle$ અંબક માટા માટે અક કરતાં અંક માટી (પે. ૨૪) તેજ પ્રમાણે અવ ઢ તથા અંબકં  $\Delta$ માં વંઢ કરતાં વડ માટી છે એ સિધ્ધ.

મનોવલ્લભ ૮૯ મું પ્રમેય—અંક (અવકંઠ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાની (અંક) કર્ણ લીટીના છેડાથી સરખે અંતર (ઈ તથા ફ) ખંડમાં લીધાં તેઓની સાથે તેના સાનેના ખૂણા સાધવાથી અંક (હઈવફ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા થયે.

અહઈ તથા વંકક  $\Delta$ માં અહ = વંક (પે. ૩૪)  $\angle$ હમ ઢ = વંકક (પે. ૨૯) અને અહ = વંક માટે હઈ = વંક (પે. ૪૧) અને તેજ પ્રમાણે હફ = વડ, હવે ફહઈ તથા વહફ  $\Delta$ માં હઈ = વંક, હફ = વડ (કુ પ્ર.) અને ફઈ સાધારણ માટે  $\angle$ હફઈ =  $\angle$ ફઈવ અને  $\angle$ હઈક =  $\angle$ ફઈવ (પે. ૮) માટે હઈ તથા વંક અને હફ તથા વડ સમાંતર (પે. ૨૭) માટે હઈવક સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા એ સિધ્ધ.

મનોવલ્લભ ૯૦ મું પ્રમેય—અંક (અવકંઠ) સમાંતર બાજુ

આ ખૂણના દરેક ખૂણમાંથી તેની દરેક આજી સાથે બરાબર ખૂણ કરે એવી લાઠી આ દોરવાથી એક (ફક્ત) સમાંતર આજી ચોખ્ખા આપેલા સમાંતર આજી ચોખ્ખા સાથે સમખૂણ થશે.

∠અડક = ∠અવક (પે. ૩૪) અને ∠કડન = ∠અવમ (આ પેલા છે) માટે ∠અડક - ∠કડન = ∠અડક - ∠અવક - ∠અવમ = ∠કવમ અને અડક તથા વકમ Δમાં અડ = વક ∠અડક = ∠વકમ, અને ∠અડક = ∠કવમ (ઉ. પ્ર.) માટે અડ = વકમ તથા અડ = વક (પે. ૨૬ અને તેજ પ્રમાણે) કડન તથા અવક Δ એક ૩૫ માટે કડન = વક તથા કન = અવ માટે અડ.અવ = કડ = વક. કન = મન અને કન.અડ = નડ = વક.વમ = વમ માટે વમનડ સમાંતર આજી ચોખ્ખા છે. (મનો. ૧૬ ના પેશમાં સિદ્ધ કરવા પ્રમાણે). હવે ∠અડક = ∠કડક (માટે ∠અડક + ∠કડન = ∠અડક + ∠અડક = ∠ફકન (પે. ૩૨) માટે ∠અડક = ∠ફકન અને તેજ પ્રમાણે ∠અડક = ∠ફકમ માટે અવકડ ચોખ્ખાની સાથે વમનડ સમખૂણ છે એ સિદ્ધ.

મનોબલ ૯૧ મું પ્રમેય—એક (અવકડ) સમાંતર આજી ચોખ્ખાના દરેક ખૂણમાંથી સરખે આંતરે (અડ = વક = કન = હમ) લીધેલાં બિંદુને સાધવાથી (ફક્ત) સમાંતર આજી ચોખ્ખા થશે.

હમન તથા વકડ Δમાં ∠મકન = ∠અવક (પે. ૩૪), અને અડ.નક = કન = અવ.અડ = વડ તથા હમ = વક માટે મન = વડ (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે મડ = કન, મક સમાંતર આ-

જી ચોખ્ખુ છે (પે. ૩. ૧૫૮) એ સિદ્ધ.

મત યજ્ઞ દરેક પ્રમેય—એક (અવકઠ) સમાંતર આશુ ચોખ્ખુ ની દરેક આશુમાં ખૂણુ વિંદુની (અર = વરુ = રગ = ઢંદ) સરખે અંતરે વિંદુઓ લઈને તેઓને તેની સામેના ખૂણુ સાથે (અફ, વગ, વેહ તથા ડઈ) સાંધ્યાં તો તેથી એક (મનસર) સમાંતર આશુ ચોખ્ખુ થશે. તથા (અફવ તથા વગક) ખૂણુની બાદબાકી; એ સમાંતર આશુ ચોખ્ખુ પાસેના (અવક તથા રમન) ખૂણુની બાદબાકી બરાબર થશે.

અડઈ તથા વકગાં અર = કગ આપેલી છે. અડ = વક તથા અડઅર = વકગ (પે. ૩૪) ∴ ડઈ = વગ તથા અડઅર = લવગ (પે. ૪) અને અંતર પ્રમાણે કઢહ તથા અવકાં માં કહ = અફ તથા અવકાં = અડકહ. અને અડઅર + અડકાં = એ કાટખૂણુ છે (પે. ૨૯), અડઅર + અડકાં = અડમન તથા અડકાં + અરકાં = અરમ (પે. ૩૨); પણ અરકાં = અમઅર (ઉ. પ્ર.) માટે અડઅર + અડકાં + અરકાં + અમઅર = અડઅર + અડકાં = અરમ + અરમન માટે કહ તથા અફ સમાંતર (પે. ૨૮) અને તેજ પ્રમાણે ડઈ તથા વગ સમાંતર છે માટે મનસર સમાંતર આશુ ચોખ્ખુ છે.

વળી અવકાં = અગવઅ = અડઅર (પે. ૨૯) અને અરમન = અમઅર (પે. ૧૫) હવે વચને પ સુધી વધાર તો અફઅર = અવકાં + અવકાં = અડઅર + અમઅર (પે. ૩૨) માટે અવકાં — અમઅર = અડઅર — અવકાં, પણ અમઅર = અરમન અ

ને  $\angle$ અડમ =  $\angle$ લગક માટે  $\angle$ અવક —  $\angle$ રમન =  $\angle$ લગક —  $\angle$ અવક એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૩મું પ્રમેય—એ (અવ તથા અક) સીધી લીટી એ એક બીજીને (અ આગળ) કાટખૂણા કરે છે. તેની વચે કો ઇ(પ) બિંદુથી એ (વચં કનં) સીધી લીટી એ એવી દોરડે તે એ આપેલી (અવ તથા અક) લીટીઓમાં અનુક્રમે (અવ છે એ ને છેદનારી (વચં અને કનં) લીટીઓ દૂભાગી તો તે (પ) બિંદુથી છેદન (ઈ, કનં) બિંદુ સુધી દોરેલી લીટીઓની વચેનો (ઈ વડે) ખૂણા; તેઓનાં મધ્ય બિંદુથી કાટખૂણા સુધીની લીટીઓની વચે ॥ (૯૩મું) ખૂણાની બરાબર થશે.

અઈ = હેક = હક અને અહ = હવ = હવં (મનો ૩૨). ∴  
 $\angle$ હઅવ =  $\angle$ વંઅઈ અને  $\angle$ અકહ =  $\angle$ કઅહ (પે. ૫) અને  
 $\angle$ પકવં +  $\angle$ કપવં =  $\angle$ વવંઅ (પે. ૩૨) =  $\angle$ હઅવ =  $\angle$ હઅ  
 હ +  $\angle$ હઅવ. ∴  $\angle$ વંપહ =  $\angle$ હઅહ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૪મું પ્રમેય—એક (અવકહ) સમાંતર બાજુ એ ખૂણાના એક (અ) ખૂણુ બિંદુથી દોરેલી લીટીથી તેના સામેના (ક) ખૂણુ બિંદુથી સુધીનું અંતર બીજા (વ તથા હ) ખૂણુ બિંદુ સુધીના અંતરના અનુક્રમે સરવાળા અથવા બાદબાકી બરાબર બરતી લીટી; તે સમાંતર બાજુ એ ખૂણુની માફે અથવા બહાર હશે તે પ્રમાણે થશે.

અકની સાથે વ થી વડે સમાંતર દોર (પે. ૩૧) એટલે વ ક સમાંતર બાજુ એ ખૂણુ થશે તેની વં = કંઈ (પે. ૩૪)

વળી અફડ' તથા વકડ'Δમાં અડ = વક (પે. ૩૪). ∠અડ'ક  
= ∠વક (કાટખૂણું) ∠અડ' = ∠અમક' = ∠વકડ (પે.  
૨૯). ∠અડ' = -વકડ'. ડડ = કડ. વવ' + ડડ' = કક' એ  
જ પ્રમાણે બીજી આકૃતિમાં વિચાર કરવાયો ડડ' - વવ' = કડકડ  
ક = કક' એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૯૫ મું પ્રમેય—એ (અક તથા વડ) લીટીઓની  
સાથે (અવકડ) એવી આકૃતિ કરીએ કે તે એ (અક તથા વ  
ડ) લીટીઓ બીજી એક (ક) લીટીની સાથે ગરોળર ખૂણ  
કરે, અને એક (અક) સાથે તેઓના છેડા સાંધનારી (અડ)  
જેટલા ખૂણા કરે, તેટલાજ ખૂણા બીજી (વડ) તેના છેડા સા  
ધનારી સાથે (વક) કરે તો બીજી છેડા સાંધનારી (અવ ત  
થા કડ) લીટીઓ સમાંતર થશે.

અકડ તથા વકડ Δમાં ∠કઅડ = ∠કવડ, ∠વડક = ∠  
અકડ અને કડ સાધારણ માટે અક = વડ (પે. ૨૬) અને  
કડડ' Δમાં ∠કડક = ∠કડક માટે કડ = કડ (પે. ૧) માટે  
અક-કડ = અડ = વડ-કડ = વડ. માટે અવડ સમદ્વિ બાજુ  
ત્રયી. હવે અવડ તથા કવડ સમદ્વિ બાજુ Δમાં ∠અડવ  
= ∠કડક (પે. ૧૫) માટે ∠અવડ = ∠કડક (પે. ૩૨) માટે  
અવ તથા કડ સમાંતર (પે. ૨૭) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૯૬ મું કૃત્ય.—એક (અવકડ) સમાંતર બાજુ  
બાજુની એક (અવ) બાજુની માંહે અથવા બહાર વધારામાં  
એક (પ) બિંદુ એવું શોધી કહાડવું કે તેની સામેની બાજુ  
માં એક (ક) છેડો સાંધનારી થએલા (અક) ખૂણાને તે

ના ખીજ (ક) છેડાને સાધનારી લીટી દૂખાવે.

સાધન—આપેલા (અવકાશ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા ખાંડ બંધ બિંદુ લક્ષ્યને કાઢ અંતર ગે.ળ કર.તે અવને તેની માટે અથવા બહાર પૂં બિંદુ બે હથે અટકે તે સાધવાનું બિંદુ થયે.

સિદ્ધા—પરુ = કડ માટે  $\angle$ કપડ = કડા (પે. ૫) અને  $\angle$ કડવ =  $\angle$ કપઅ (પે. ૨૯) માટે  $\angle$ અપડ =  $\angle$ કપડ માટે બાળી કહાડવાનું ૫ બિંદુ છે એ સિદ્ધ.

મનોધત્વ ૯૭મું પ્રમેય બે એક ચોપડીના પાનાનો એક (અ) ખૂણી જેટલા (અડ તથા અઈ) અંતરે વાળીએ તેટલાજ (ક વ તથા ફ) અંતરે અને તે પેટલાં (કઈ) વલણુની સાથે (વક) સમાંતર થાવ એવી રીતે બીજી વખત વાળીએ તો બીજી વખત વાળવાથી જે (વકાઈ કે વીજ્યમ) આકૃતિ થયે. તે પેટલા વલણુથી થયેલી (મંડઈ ત્રિકોણ) આકૃતિથી ત્રમણી થયે.

કઈ સાથે કધા કઈ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) કઈ સાધ તો કઈ કઈ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા થયે માટે કઈ = કઈ (પે. ૩૪) અને કઈ = અઈ (આપેલી છે) માટે કઈ = અઈ અને એ બે સમાંતર છે માટે અકઈ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા (પે. ૩૩). માટે અક તથા કઈ સમાંતર અને વક તથા કઈ સમાંતર આપેલી છે માટે કવકઈ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા માટે ક કઈ  $\Delta$  = અકઈ  $\Delta$ , કકઈ  $\Delta$  = કવકઈ  $\Delta$  અને કકઈ  $\Delta$  = ફકઈ  $\Delta$  (પે. ૩૮) માટે અકઈ  $\Delta$  = વકઈ  $\Delta$  = કકઈ  $\Delta$  = ફકઈ  $\Delta$  માટે ૩ અકઈ  $\Delta$  = વકઈ  $\Delta$  + કકઈ  $\Delta$  + ફકઈ

$\Delta$  = વઢકઈ ત્રીણીન્યમ એ સિધ્.

મનોચલ ૯૮ મું પ્રમેય — એક (અવક) ત્રિકોણની દરેક બાજુ (ક, ઇ તથા ફ) મિંદુળી દૂમાગી અને તે દૂમાગે મિંદુ સાંધવાથી ને (કઈક) ત્રિકોણ થયે, તે આપેલા ત્રિકોણને એક અનુર્યંશ થયે.

વડ તથા કઈ સાંધ. વકઈ  $\Delta = \frac{1}{2}$  વકઅ  $\Delta$  (પે. ૩૮) તે મજ વકક  $\Delta = \frac{1}{2}$  વકઅ  $\Delta$ . વકઈ  $\Delta =$  વકક  $\Delta$  માટે વક તથા કઈ સમાંતર (પે. ૩૨) એજ પ્રમાણે મક તથા ફઈ અને અવ તથા ફક સમાંતર છે. માટે  $\frac{1}{2}$  વઈક,  $\frac{1}{2}$  કઈક તથા  $\frac{1}{2}$  મકઈ સમાંતર બાજુ એ ખૂબુ = કઈક  $\Delta$  (પે. ૩૪) માટે એ આપા ત્રિકોણના એ ચારે સરખાભાગે માટે કઈક  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક  $\Delta$  એ સિધ્.

મનોચલ ૯૯ મું પ્રમેય — એક (અવક) ત્રિકોણની એક (વક) બાજુને તેના સામેના ખૂણાથી દૂમાગવારો (મક) લીટીને (ઈ) મિંદુળી દૂમાગીને તેના સામેના (વ) ખૂણાને સાંધવારો (વઈ) લીટીને (ફ) મિંદુળી દૂમાગી તેના સામેના (ક) ખૂણાને સાંધવારો (ફ) લીટીને (ગ) મિંદુળી દૂમાગીને ત્રણે (ઈ, ફ, ગ) દૂમાગ મિંદુ સાંધવાથી ને (ઈફગ) ત્રિકોણ થયે તે આપેલા ત્રિકોણનો એક અષ્ટમાંશ થયે.

ઈક સાંધ એટલે આપેલ:  $\frac{1}{2}$  અવક  $\Delta =$  અકક  $\Delta$  અને  $\frac{1}{2}$  અકક  $\Delta =$  ઇકક  $\Delta$  થયે (પે ૩૮) માટે  $\frac{1}{2}$  અવક  $\Delta =$  ઇકક  $\Delta$  તેમજ  $\frac{1}{2}$  અવક  $\Delta =$  વઈક  $\Delta$  થયે. માટે વઈક  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક  $\Delta$  અને ઇવક



યાને ફ બિંદુએ દૂભાગેયો છે. ∴ ફફગ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફકફ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફક  
 વક અને ફફક $\Delta$ ની ફક બાજુ ગ.આગળ દૂભાગાએલી છે  
 ∴ ફફગ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફફક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફવક $\Delta$ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૦મું પ્રમેય—મનોયત્ન પદમાની બને આઠ  
 તિમાંના (ફફગ તથા મહડ) સમબાજુ ત્રિકોણ, મૂળના સમ  
 બાજુ ત્રિકોણના અનુક્રમે એક ત્રિત્યાંશ અને સપ્તત્યાંશ છે.

(પેટેલો પ્રકાર) — કમ સાંધવાથી કમવ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$ અ  
 ને બાકીના અકમ  $\Delta$  =  $\frac{2}{3}$  ફવક $\Delta$ વળી અફક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફમક $\Delta$   
 =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  અને પ્રમાણે ફવગ તથા ફફગ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$   
 ∴ અફક $\Delta$  + ફવગ $\Delta$  + ફફગ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  તે બા  
 કીના ફફગ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  છે એ સિધ્ધ.

(બીજો પ્રકાર.) — કમ સાંધે કમ =  $\frac{1}{3}$  અ ક છે. ∴ વક  
 મ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફવક $\Delta$  અને અવગ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$ . ∴ વકમ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અ  
 વગ $\Delta$ . તેમજ મકમ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક =  $\Delta$   $\frac{1}{3}$  ફમમ $\Delta$ . ∴ વકમ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$   
 અવમ $\Delta$ . વળી વફ =  $\frac{1}{3}$  વક. ∴ અવક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$ . ∴ અવક $\Delta$  =  
 વકમ $\Delta$ . વળી વફમ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  વકમ $\Delta$ . ∴ વફમ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવમ $\Delta$ . ∴ વફ  
 મ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  ફમક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}$  ફવક $\Delta$ . ∴ અવમ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}$  અવક =  $\Delta$   $\frac{1}{9}$   
 અવક અને પ્રમાણે અકહ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  અને વકક $\Delta$  =  
 $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$ . ∴ અવમ $\Delta$  + અકહ $\Delta$  = વકક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  તે  
 બાકીના મહડ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૧ મું કૃત્ય. — એક આપેલા (અવક) ત્રિકોણની

મરોત્તર, એવા એક ત્રિકોણ કરશે કે (૧) જેનો પાયા (મ) આપેલા છે. (૨) જેની ઊંચાઈ (ન) આપેલી છે.

(પેદેલી પ્રકાર) સાધન—આપેલા અવક ત્રિકોણના વક પાયામાં આપેલા મ પાયા = વડ (માંડી અથવા બાહાર) પાયા રાખ (પે. ૩) અ તથા હ સાંધ, અને અડ ને સમાંતર ક બિંદુથી કઈ દોર (પે. ૩૧) તે અવને અથવા તેના વધારાને ૩ બિંદુએ મળશે. ૩ તથા હ સાંધ. એટલે અવક  $\Delta$  = વડઈ  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા—અડક  $\Delta$  = અડઈ  $\Delta$  (પે. ૩૭). ∴ અઈક  $\Delta$  = કડક  $\Delta$  તે બંનેમાં વક એ ખૂણ મળેલો; તે અવક  $\Delta$  = વડઈ  $\Delta$  એ સિદ્ધ.

(બીજી પ્રકાર) સાધન—આપેલા અવક ત્રિકોણના અ શિરો બિંદુથી પાયા ઉપર અસ લંબ કર. (પે. ૧૨) અને સ બિંદુથી આપેલા ન લંબ = સન રાખ (પે. ૩) ન ધાવક ને સમાંતર નઈ દોર (પે. ૩૧) તે અકને ૩ બિંદુએ છેદશે. વડ સાંધ. અથા વક ને સમાંતર અગ દોર (પે. ૩૧) તે વડને ગ આગળ મળશે. ગથી અકને સમાંતર ગડ દોર તે વકને ડ આગળ મળશે હઈ સાંધ એટલે અવક  $\Delta$  = વડઈ  $\Delta$  ન ઊંચાઈનો થશે.

સિદ્ધતા—અવક  $\Delta$  = વગક  $\Delta$  અને કડઈ  $\Delta$  = કવઈ  $\Delta$  (પે. ૩૭) વગક  $\Delta$  = વકઈ  $\Delta$  + કગઈ  $\Delta$  = વકઈ  $\Delta$  + કડડ  $\Delta$  = વડઈ  $\Delta$  ∴ અવક  $\Delta$  = વડઈ  $\Delta$ , નેન = સન = કઈ એ સિધ.

(જો લંબ ઓછો હશે તો પણ એજ પ્રમાણે વિચાર કરી આકૃતિ રચના કરશે એટલે ઝટ સિધ થશે.)

મનોયત્ન ૧૦૨ થું કૃત્ય—એ આપેલા (અવક તથા સનમ)

ત્રિકોણના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરોબર એક ત્રિકોણ બતાવવું.

(૧) સાધન—આપેલા ચોટા અથવા  $\triangle$  ની અકબાજી ઉપર સમન  $\triangle =$  એક બહારની બાજીએ અકઈ  $\triangle$  કર. (મ. ૧૦૫) રીઠ્યા અક ને સમાંતર રેડ દોર. (પે. ૩૧) તે વક ને ડ આગળ મળશે. અડ સાંધ ઝીંટલે કરવાનો અવડ  $\triangle$  થશે.

સિધ્ધતા—અઈક  $\triangle =$  અડક  $\triangle$  (પે. ૩૭)  $\therefore$  અવક  $\triangle + \triangle$  અઈક  $\triangle =$  અવક  $\triangle +$  અડક  $\triangle =$  અવડ  $\triangle$  એ સિધ્ધ.

(૨) સાધન—અક ઉપર સમન  $\triangle =$  અકઈ  $\triangle$  કર, ને રીઠ્યા અક ને સમાંતર રેડ દોર (પે. ૩૧) તે વક ને ડ બિંદુએ મળશે. ડ તથા અ સાંધ; તેા કરવાનો અવડ  $\triangle$  થશે.

સિધ્ધતા—અકઈ  $\triangle =$  અકડ  $\triangle$  (પે. ૩૭)  $\therefore$  અવક  $\triangle -$  અકઈ  $\triangle =$  અવક  $\triangle -$  અકડ  $\triangle =$  અવડ  $\triangle$  એ સિધ્ધ.

મનોયલ ૧૦૩જી કૃત્ય—એક(વક) આપેલા પાયા ઉપર ચોટ આપેલા (મનઈ) ત્રિકોણની બરોબર સમદ્વિ બાજી ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—વક પાયા ઉપર આપેલા મનઈ  $\triangle =$  વકફ  $\triangle$  કર. (મનો. ૧૦૧) વક પાયા ને ડ બિંદુએ દૂબાગ (પે. ૧૦) રીઠ્યા ડઅ લંબ કર. (પે. ૧૧) અને ફર્યા વક ને સમાંતર ફઅદોર (પે. ૩૧) અથવા તથા અક સાંધ તેા કરવાનો અવક  $\triangle$  થશે.

સિધ્ધતા—અવડ તથા અકડ  $\triangle$  માં વડ  $=$  કડ. અડ સાધારણ અને ડ પાસેના કાટખૂણા  $\therefore$  અવ  $=$  અક (પે. ૪)  $\therefore$  અવક  $\triangle$  સમદ્વિ બાજી છે, અને મનઈ  $\triangle =$  વકફ  $\triangle =$  અવક  $\triangle$  એ સિધ્ધ

**મનોયત્ન ૧૦૪ થું કૃત્ય**—એક આપેલા (અવક) ત્રિકોણની બરાબર એક કાટખૂણું ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન આપેલા અવક  $\Delta$  ના વક પાયાના બે બિંદુથી વડ લંબ કર (પે.૧૧). અથવા વકને સમાંતર અડધાર, (પે.૩૧). તે વડને વડ આગળ મળશે વડક સાધે એટલે કરવાનો વક વડ  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા—અવક  $\Delta =$  વક વડ  $\Delta$  (પે.૩૭), કે જેનો  $\angle$  વ કાટખૂણો છે એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૦૫ થું કૃત્ય**—એક આપેલી (વક) લીટી ઉપર આપેલા (સ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણાની બરાબર એક ત્રિકોણ કરવો કે જેનો એક ખૂણો આપેલા (ર) ખૂણાની બરાબર થાય.

સાધન—આપેલા સ સમાંતર બાજુ ચોખૂણાની બરાબર એક મનઈ ત્રિકોણ કર (પે.૪૨ પ્ર. ઉલટી રીતે વિચારીને, અથવા સમાંતર બાજુ ચોખૂણામાં કણ લીટીથી ચમકાવે ત્રિકોણ સરવાળા બરાબર કર. મનોયત્ન ૧૦૨ પ્ર.) એ ત્રિકોણની બરાબર આપેલી વક લીટી ઉપર જેનો એક  $\angle$  અવક  $= \angle$  ર આપેલો થાય એવો અવક ત્રિકોણ કર. (મનોયત્ન ૧૦૧—મનોયત્ન ૧૦૪ પ્રમાણે વિચાર કરી કોઈ પણ ખૂણો વિદ્યાર્થી સહેલથી રાખી શકશે.) એટલે કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—સ ચોખૂણું  $=$  મનઈ  $\Delta =$  અવક  $\Delta$  કે જેનો  $\angle$  વ  $= \angle$  ર આપેલો છે માટે સ ચોખૂણું  $=$  અવક  $\Delta$  એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૦૬ થું કૃત્ય**—એક આપેલી સીધી આકતિની બરાબર એક ત્રિકોણ એવો કરવો કે જેનું શિરો બિંદુ તે

સીધી લીટી આકૃતિના એક આપેલા ખૂણામાં અને તેનો પાંચો તેની એક ખાણુ ઉપર થાય.

(પેહેલો પ્રકાર) સાધન—જો આપેલી સીધી લીટી આકૃતિ અવકડ એક ચોખ્ખું આકૃતિ હોય તો તેના આપેલા  $\angle$  અથા અક કર્ણ કર. અને તેની સાથે ડંધા ડંડ સમાંતર દોર (પે. ૩૧). તે આપેલી વકના વધારાને ર આગળ મળશે અર સાંધ એટલે કરવાનો અવર ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—અકડ  $\Delta$  = અકર  $\Delta$  (પે. ૩૭) માટે અવક  $\Delta$  + અકર  $\Delta$  = અવર  $\Delta$  = અવક  $\Delta$  + અકડ  $\Delta$  = અવકડ ચોખ્ખું એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) સાધન—જો આપેલી આકૃતિ અવકડ ર પંચ ખૂણુ હશે તો તેના આપેલા  $\angle$  અથા સામેના  $\angle$  ક,  $\angle$  ડ સાંધ, વ તથા ર ડ અક તથા અડને અનુક્રમે વક તથા રગ સમાંતર દોર. (પે. ૩૧). તે કડના વધારામાં ક તથા ગ આગળ મળશે. અક અને અગ સાંધ એટલે અકગ કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—અવક  $\Delta$  = અકક  $\Delta$ ; અડર  $\Delta$  = અડગ  $\Delta$  = (પે. ૩૭) માટે અકક  $\Delta$  + અકડ  $\Delta$  + અડગ  $\Delta$  = અકગ  $\Delta$  = અવક  $\Delta$  + અકડ  $\Delta$  + અડર  $\Delta$  = અવકડ ર આપેલી પંચ ખૂણુ આકૃતિ ર એ સિદ્ધ.

અજ પ્રમાણે સપ્ત ખૂણુ અષ્ટ ખૂણુ મંત્યાદિ બહુ ખૂણુ આકૃતિને માટે વિદ્યાર્થી વિચાર કરી શકશે.

મનોયત્ન ૧૦૭ ચું કૃત્ય.—એક (અવક) ત્રિકોણના ત્રણ બાજ એવા કરવા કે તે બાજોના સરવાળા બરોબર એક સમાંતર ખાણુ ચોખ્ખું થાય કે જે ચોખ્ખું નો એક ખૂણો એક આપેલા

ખૂણા ખરાબર થાય.

સાધન—અંક ને ડ આગળ દૂબાગ. (પે. ૧૦) ડથી વક ને સમાંતર ડઈ ફોર (પે. ૩૧) ઇડ વધાર અને ઇડ = ડગ રાખ (પે. ૩) ગક તથા કઈ સાંધ. જો  $\angle$ અવક = આપેલો ખૂણો હશે તો અડઈ $\Delta$ વઈક $\Delta$ અને ઇકડ $\Delta$ , એ ભાગો થશે, પણ જો આપેલો ખૂણો = તે નહી હોય તો તેની =  $\angle$ કવફ ૩૨. વફ સાથે કહ સમાંતર કર. તે ઇગ ને હ આગળ મળશે. તો અડઈ $\Delta$ , વઈક $\Delta$  અને વકડફ એ ખૂણુ એ ભાગ થશે.

સિધ્ધતા—(૧) ( $\angle$ અવક = આપેલો ખૂણો છે) અડ = કડ, ડઈ = ડગ (આ. ૨૨.)  $\angle$ અડઈ =  $\angle$ કડગ (પે. ૧૫).  $\therefore$  અડઈ $\Delta$  = કડગ $\Delta$ ,  $\Delta$ ડઅઈ =  $\angle$ કગ અને અઈ = કગ (પે. ૪).  $\therefore$  અઈ તથા કગ સમાંતર (પે. ૨૭).  $\therefore$  વકગઈ સમાંતર બાજુ એ ખૂણુ કે નો  $\angle$ ઈવક = આપેલો ખૂણો છે.  $\therefore$  અડઈ $\Delta$  + વકઈ $\Delta$  + કડઈ $\Delta$  = અવક $\Delta$  = વકઈ $\Delta$  + કડઈ $\Delta$  = કડગ $\Delta$  = બઅગ હ સમાંતર બાજુ એ ખૂણુ કે નો  $\angle$ કવઈ = આપેલો ખૂણો છે.

(૨) (જો  $\angle$ વકફ = આપેલો ખૂણો છે) —  $\angle$ ઈવક +  $\angle$ વકગ = ૨ કાટખૂણા અને  $\angle$ કવક +  $\angle$ વકફ = ૨ કાટખૂણા (પે. ૨૯).  $\therefore$   $\angle$ ઈવક =  $\angle$ કવક તથા વઈ = કગ અને વફ = કહ (પે. ૩૪)  $\therefore$  વઈક $\Delta$  = કહગ $\Delta$  (પે. ૪).  $\therefore$  અડઈ $\Delta$  + વઈક $\Delta$  + વકડફ એ ખૂણુ = અવક $\Delta$  = કડગ $\Delta$  + કગહ $\Delta$  + વકડફ એ ખૂણુ = વકફ સમાંતર બાજુ એ ખૂણુ કે નો  $\angle$ કવક = આપેલો ખૂણો છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૮ પ્રમેય—કોઇપણ (અવક) વિષમ બાજુ ત્રિ કોણના એક રૂપ થાય એવા બે ભાગ કરી થઈ શકતા નથી.

અવક  $\Delta$  વિષમ બાજુએ, માટે અક કરતાં વક અને વક કરતાં અવ માટી હશે; તે તેના એક રૂપ થાય એવા બે ભાગ થઈ શકતા નથી.

વક ને ડ આગળ દૂભાગ (પે. ૫૦) અડ સાંધે તે ધાર કે અડધા તેના બે એક રૂપ થાય એવા ભાગ થાય છે. તે વડ સાથે કડ મળી જશે. અડ સાધારણ છે તે મળશે. અને અવ સાથે અક મળશે એટલે અવ = અક થશે. પણ અવ કરતાં વક અને વક કરતાં અકનાની છે તે અવ કરતાં અક ઘણી જ નાહાની; અને તે હમણાં ખરેખર થાય છે એ અશક્ય, માટે એક રૂપ થાય એવા બે ભાગ કરી થઈ શકે નહીં એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૯ કૃત્ય—એક ત્રિકોણની બે (અક તથા વક) બાજુઓ આપેલી છે તે ઉપરથી બતાવે છે તે બે લીટીઓના (અકવ) કાટખૂણુ ત્રિકોણ થશે તે બીજા સધળાં કરતાં માટી થશે.

સાધન—આપેલી બે અવ તથા વકને એક બીજા સાથે વ આગળ કાટખૂણુ કરે એવી રીતે મુક (પે. ૧૧) તેમજ વ આગળથી વડ તથા વડ સાંકડો અથવા પેહિળો ખૂણુ કરે એવી લીટીઓ દોર. વક = વડ = વડ = રાખ (પે. ૩) અડ, અક અને અડ સાંધ. ડ તથા ઈયા અવ ઉપર ડફ, ઈગ લંબ દોર (પે. ૧૨).

સિદ્ધતા—વડ તથા વડ કરતાં ડફ તથા ઈગ નાહાની

છે (પે. ૧૭) માટે વક કરતાં ડફ તથા ઇગ નાહાતીછે. માટે અવ પાયા ઉપરના અવડ  $\Delta$  તથા અવડ  $\Delta$  કરતાં અવક  $\Delta$  મોટા છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૦ પ્રમેય—(અવક ને અડગ  $\Delta$  માં) ને એનાં શિરોબિંદુ એક (અ) અને ને એના પાયા એક આપેલા (ડ) બિંદુમાંથી જાય એવા સઘળા ત્રિકોણમાં નેનો (વક) પાયા તે આપેલા બિંદુએ દૂર ગાય તે સઘળાં કરતાં નાનો થશે.

એક અવક  $\Delta$  ના વક પાયાને ડ બિંદુએ દૂર ભાગ (પે. ૧૦) ડયા એક એવી લીટી દોર, કે તે અકને માંડે ગ આગળ તથા અવને પહાર, વધારવામાં રૂ આગળ મળે, કે ને ડગ કરતાં ડડ મોટી થાય; તે અવક  $\Delta$  કરતાં અગડ  $\Delta$  મોટા થશે.

વધા અકને સમાંતર વહ દોર (પે. ૩૧.)  $\angle$  વહ =  $\angle$  કડગ (પે. ૧૫).  $\angle$  વહ =  $\angle$  કડગ (પે. ૨૯). અને વહ = ડક.  $\therefore$  વહ  $\Delta$  = કડગ  $\Delta$ .  $\therefore$  અવડગ + કડગ  $\Delta$  = અવક  $\Delta$  = અવડગ + વહ  $\Delta$  = અવહગ આકૃતિ ને અગડ  $\Delta$  નો એક ભાગ છે, માટે અવક  $\Delta$  થા અડગ  $\Delta$  મોટા છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૧ પ્રમેય—એક જ પાયા ઉપરના અને સરખાં પરિમિતીવાળા સઘળા ત્રિકોણમાં સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ મોટા છે.

એક વક પાયા ઉપર અવક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કર. તેના બે સરખાં પરિમિતીવાળા એક તેજ પાયા ઉપર વકડ ત્રિકોણ કર. તે અ કરતાં ડ શિરોબિંદુ નિચે પડશે. કારણ કે વકડ ત્રિકોણ પાસે એક બાજુ અવ અથવા અક કરતાં નાહાતી થશે. અને બીજી મોટી થશે. અથા વક ઉપર અક લંબદોર (પે. ૧૨). ડ



થી વક સાથે ડઈ સમાતર દોર (પે. ૩૧). તે અફ ને ઈ આ ગળ મળશે. વડ તથા કઈ સાધ. તો વકડ  $\Delta$  = વડક  $\Delta$  (પે. ૩૭), કે ને અવક  $\Delta$  નો ભાગ છે માટે વડક  $\Delta$  કરતાં અવક  $\Delta$  મોટો છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૨ કૃત્ય—એક આપેલા (અવક) ત્રિકોણના ત્રણ સરખા ભાગ કરવાનું (૧) ત્રિકોણની એક બાજુમાં બિંદુ આ બુદ્ધિ ત્યાંથી લીધીએ દોરીને. (૨) ત્રિકોણના ખૂણાથી તેની માટે કોઈ એક બિંદુ સુધી લીધીએ દોરીને—(૩) ત્રિકોણમાં એક આપેલા બિંદુથી લીધીએ દોરીને.

(૧) સાધન—અવક  $\Delta$  ને ડયા દૂભાગનારી ડફ દોર (મનો ૯). ફ બિંદુની દરેક બાજુએ  $\frac{૧}{૩}$  વફ = ગફ = ફહ લે (પે. ૩); અને ડગ તથા ડહ સાંધ તો કરવાના ભાગ થયા.

સિધ્ધતા—વડફ  $\Delta$  =  $\frac{૧}{૩}$  અવક  $\Delta$  છે અને  $\frac{૧}{૩}$  વફ = ગફ છે. માટે  $\frac{૧}{૩}$  વડક  $\Delta$  = ફડગ  $\Delta$  અને  $\frac{૧}{૩}$  વડફ  $\Delta$  = ડગફ  $\Delta$  = ડફહ  $\Delta$  છે માટે  $\frac{૧}{૩}$  અવક  $\Delta$  = વડગ  $\Delta$  અને વડગ  $\Delta$  = ગડફ  $\Delta$  + ફડહ  $\Delta$  = ગડહ  $\Delta$  (પે. ૩૮) માટે બાકીની અડહક આકૃતિ =  $\frac{૧}{૩}$  અવક  $\Delta$  માટે વડગ  $\Delta$  = ગડહ  $\Delta$  = અડહક આખૂણ માટે એ અવક  $\Delta$  ના ત્રણ સરખા ભાગ થયા એ સિધ્ધ.

(બીજી રીતે) સાધન—અવક ત્રિકોણના વક પાયામાંથી આ પેલા બિંદુથી અડ સાંધ. અને વકના ઈ તથા ફ આગળ ત્રણ સરખા ભાગ કર (મ. ૧). અઈ તથા અફ સાંધ. ઈ તથા ફથી અડને ઈગ તથા ફહ સમાતર દોર (પે.

૩૧). ડગ તથા ઢહ સાંધ. ઐઠલે વડગ $\Delta$ , અગડહ ચોખૂણ તથા ઢહક $\Delta$  કરવાના ત્રણ ભાગ થશે.

સિધ્ધતા.—ગઅઈ $\Delta$  = ગડઈ $\Delta$  ( પે. ૩૭ ). ∴ વગઈ $\Delta$  + ગઅઈ $\Delta$  = વઅઈ $\Delta$  = વગઈ $\Delta$  + ગડઈ $\Delta$  = વગડ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  અને ઐજ પ્રમાણે ઢહક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  થશે. તે જાકીની અગડહ આકૃતિ =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  રહેશે. ઐઠલે ઐત્રણભાગખરોખરછે એ સિધ્ધ.

(ખીજો પ્રકાર) સાધન—અવક ત્રિકોણના વક પાયાના ડ તથા ઈ બિંદુએ ત્રણ સરખા ભાગકર(મ. ૧). અને ડ, ઈ બિંદુથી અવ, અકને સમાંતર, ડપ, ઈપ લીટીઓ દોર ( પે. ૩૧ ). તેએ, પ બિંદુએ મળશે. પથી અપ, વપ, કપ સાંધ ઐઠલે તેના ત્રણ ખરોખર ભાગ થશે અડ, અઈ સાંધ.

સિધ્ધતા—અવ પાયા ઉપરના તથા અવ, પડ સમાંતર લીટીઓની વચેના અવડ $\Delta$  = અવપ $\Delta$  ( પે. ૩૭ ). તેમજ અકઈ $\Delta$  = અકપ $\Delta$ , અને અવડ તથા અકઈ દરેક $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  તેઓ વક પાયાના ત્રિભાગ ઉપર છે. તે અવક $\Delta$  — (અવપ $\Delta$  + અકપ $\Delta$ ) = વકપ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  માટે પ બિંદુથી તેના ખૂણા સુધી દોરેલી લીટીઓથી ત્રણ સરખા ભાગ થયા એ સિધ્ધ.

(ત્રિજો પ્રકાર) સાધન—આપેલા અવક $\Delta$  ના વક પાયાના ડ તથા ઈ ત્રિગાગના બિંદુઓ આપેલાં પ, તથા અ શિરે બિંદુ સાથે સાંધ. ડપ તથા ઈપ ને સમાંતર અગ તથા અઈ દોર ( પે. ૩૧ ). અપ, પગ તથા પઈ સાંધ તે ત્રિકોણના ત્રિભાગ થશે.

સિધ્ધતા—અગપ $\Delta$  = અગડ $\Delta$  ( પે. ૩૭ ). ∴ અગપ $\Delta$  + અવ

ગ $\Delta$  = અવગપ ચોખ્ખુ આકૃતિ = અગડ $\Delta$  + અવગ $\Delta$  = અવડ  
 $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$ . તેજ પ્રમાણે અપહક આકૃતિ =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$ .  
 બાકીનો ગપહ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  માટે તે ત્રણે કરવાના ત્રિભાગ થયા  
 એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૩ કૃત્ય—એક આપેલા (અવક) ત્રિકોણના બે  
 શીર્ષ પર નવ ભાગ કરવાનું.

(પેહેલી રીતે) સાધન—બક પાયાનો વડ ત્રિભાગ લે (મ.  
 ૧). અને તેજ પ્રમાણે વડનો વડ ત્રિભાગ લે. વડ = બકના ન  
 વ ભાગ કર(પે. ૩). તે દરેક અંશિરે બિંદુ સાથે સાંધ  
 એટલે અવક $\Delta$ ના કરવાના બેશીર્ષ પર નવ ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—એ સધળા ત્રિકોણ (પે. ૩૮) બેશીર્ષરે એ સિદ્ધ.

(બીજી રીતે) સાધન—આપેલા અવક ત્રિકોણની દરેક બાજુ  
 ના બેશીર્ષ પર ત્રિભાગ કર. (મ. ૧) અને તે દરેક ભાગ બિંદુ  
 સાંધ એટલે તે ત્રિકોણના કરવાના નવભાગ થશે.

સિદ્ધતા—અગ $\Delta$ માંના અડક $\Delta$  = હડમ $\Delta$  = ઢકમ $\Delta$  = ક  
 ગમ $\Delta$  (મ. ૯૮) અને તેજ પ્રમાણે વડન તથા કફહ $\Delta$ માં  
 થશે માટે તે દરેક નવે, અડક $\Delta$ ની સાથે બેશીર્ષરે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૪ કૃત્ય—એક આપેલા (અવકડ) સમાંતર  
 બાજુ ચોખ્ખુને દૂભાગવાનું (૧) તેની એક બાજુમાં આપેલા  
 (૫) બિંદુથી લીટી દોરીને. (૨) એક તેની મધ્યે અથવા બહાર  
 આપેલા (૫) બિંદુથી લીટી દોરીને. (૩) તેની એક બાજુ ઉપર  
 લંબ દોરીને. (૪) એક આપેલી (મન) લીટીને સમાંતર દોરીને.

પેહેલા પ્રકાર) સાધન—આપેલા અવકડ સમાંતર બાજુ

ચોખ્ખૂણમાં અંક કર્ણ દોર તથા તેને ૩ બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦) અને આપેલા પ સાથે સાંધ. પડ ને વધાર તે અંક ને ન બિંદુ એ મળશે એટલે કરવાના એ ભાગ થયા.

સિધ્ધતા—પકડ તથા અનઈ  $\Delta$ માં  $\angle$ પકડ =  $\angle$ અઈન (પે. ૧૫) અડ = કઈ અને  $\angle$ પકડ =  $\angle$ ઈઅન (પે. ૨૯)  $\therefore$  અનઈ  $\Delta$  = પકડ  $\Delta$  (પે. ૨૬). અને અકડ  $\Delta$  = અવક  $\Delta$  (પે. ૩૪) અકડ  $\Delta$  - પકડ  $\Delta$  + અઈન  $\Delta$  = અડપન આકૃતિ = અવક  $\Delta$  - અઈન  $\Delta$  + પકડ  $\Delta$  = પકડન આકૃતિ એ એ ભાગ બરાબર થયા એ સિધ્ધ.

(બીજો પ્રકાર સાધન—આપેલા સમાંતર બાજુ ચોખ્ખૂણ માંથી અથવા બાહારના આપેલા પ તથા કર્ણના ૩ દૂભાગ બિંદુને સાંધ અને પડને વધાર એટલે કરવાના એ ભાગ થશે.

સિધ્ધતા—સડક  $\Delta$  = અનઈ  $\Delta$  (પે. ૨૬)  $\therefore$  અનસડ = નવકસ એ સિધ્ધ.

( ત્રીજો પ્રકાર ) સાધન—અંક કર્ણના ૩ દૂભાગ બિંદુના ૩ ન લંબ કર (પે. ૧૨) અને તેને વધાર તે કડ ને સમ્માગળ મળશે. એટલે તેના એ ભાગ થશે.

સિધ્ધતા—અઈન  $\Delta$  = સકડ  $\Delta$  (પે. ૨૬)  $\therefore$  અસનડ = નવકસ એ સિધ્ધ.

( ચોથો પ્રકાર ) સાધન—કર્ણના દૂભાગ બિંદુના આપેલા મન ને ફગ સમાંતર દોર એટલે તેના દૂભાગ થશે.

સિધ્ધતા—અગડ  $\Delta$  = કકડ  $\Delta$  (પે. ૨૬)  $\therefore$  અગકડ = ગબકક એ સિધ્ધ.

૧. મનોયત્ન ૧૧૫મું કૃત્ય—એક આપેલા (અવકાશ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણની એક (અડ) બાજુના વધારામાં (ફ) બિંદુ આપેલું છે ત્યાંથી એક લીટી દોરવી કે તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણના બે બરાબર ભાગ થાય.

સાધન—આપેલા અવકાશ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણમાં અંક કર્યો દોર. આ બિંદુએ દૂભાગ ( પે. ૧૦ ) રૂપે સાધ. અને તેને અંક ને ન આગળ મળે ત્યાં સુધી વધાર. એટલે તેના બે બરાબર ભાગ થશે.

સિદ્ધાંત—અડ = અડ,  $\angle$  અડન =  $\angle$  ફડક ( પે. ૧૫ ) અને  $\angle$  અડન =  $\angle$  ફડક ( પે. ૨૯ ). માટે અડન  $\Delta$  = સકડ  $\Delta$  ( પે. ૨૬ ) અને અવક  $\Delta$  = અડક  $\Delta$  ( પે. ૩૪ )  $\therefore$  અવક  $\Delta$  - અડક  $\Delta$  + સકડ  $\Delta$  = અડક  $\Delta$  - અડક  $\Delta$  + સકડ  $\Delta$  = સકડ  $\Delta$  આકૃતિ = અડક  $\Delta$  - સકડ  $\Delta$  + અડક  $\Delta$  = અડક  $\Delta$  આકૃતિ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૬ કૃત્ય—એક આપેલા (અવકાશ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણના ત્રણ સરખા ભાગ (૧) તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણની એક બાજુમાં આપેલા (પ) બિંદુથી, (૨) અને તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણના આપેલા (વ) ખૂણમાંથી બે લીટીઓ દોરી કરવાનું (પહેલો પ્રકાર) સાધન—અવકાશ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણની વક્ર બાજુના ત્રિભાગ કર (મ. ૧). આપેલું (પ) બિંદુ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણની વક્ર લીટીના બે ત્રિભાગ બિંદુ આપેલું છે તથા ફક્ત વચ્ચે હશે. તે આપેલું બિંદુ અડકે સમાંતર કાઢેલા સમાંતર દોર ( પે. ૩૧ ) અને તે આપેલા મ તથા ર બિંદુએ દૂભાગીને પમ

તથા પર સાંધ અને તેજાને વધાર. તે અડને ગ તથા હ  
જિંદુએ મળશે એટલે કરવાના ત્રિભાગ થશે.

સિધ્ધતા—વસ, રન તથા ફડ સમાંતર જાણુ ચોખ્ખૂણુ જરોજર છે  
માટે વસ =  $\frac{1}{3}$  વડ છે. રન  $\Delta$  = સગમ  $\Delta$  તથા રપ ફર  $\Delta$  = નરહ  $\Delta$  (પે.  
૨૬). માટે અવરમગ + રપમ  $\Delta$  = અવપમ = અવરમગ + ગમસ  $\Delta$   
= વસ =  $\frac{1}{3}$  વડ સમાંતર જાણુ ચોખ્ખૂણુ અને એજ પ્રમાણે  
પકડહ =  $\frac{1}{3}$  વડ છે માટે જાકીના પગહ  $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  વડ રહ્યો  
માટે એ ત્રણે જરોજર છે એ સિધ્ધ.

(૨) સાધન—હવે જો પ જિંદુ, ફ તથા કની વચે હશે,  
તો ફને ર આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦). ર તથા પ સાંધ. રપ  
ને વધાર, તે અડને હ આગળ મળશે.

સિધ્ધતા—ફડ ચોખ્ખૂણુ =  $\frac{1}{3}$  વડ ચોખ્ખૂણુ; અને ફર. =  
રન, રપ ફર = રનરહ (પે. ૧૫). રપ ફર = રરહન (પે. ૨૬) માટે  
રપ ફર  $\Delta$  = રનરહ  $\Delta$  (પે. ૨૬) માટે પકડહ ચોખ્ખૂણુ = ફડ ચો-  
ખ્ખૂણુ =  $\frac{1}{3}$  વડ ચોખ્ખૂણુ જળી અપ તથા હવે સાંધ. હવેને ર  
આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦). રથી અપને સમાંતર રગ દોર (પે. ૩૧)  
ગપ સાંધ. એટલે તે, વહ ત્રાપિજ્યમને દૂભાગશે. રપહ  $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  વપ  
હ  $\Delta$  અને અરહ  $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવહ  $\Delta$  માટે રપહ  $\Delta$  + અરહ  $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  વહ  
ત્રાપિજ્યમ. હવે અગર  $\Delta$  = ગરપ  $\Delta$  (પે. ૩૬). એ બેમાંથી ગમ  
ર  $\Delta$  બાદ કરીશો, તો અગમ  $\Delta$  = મરપ  $\Delta$  માટે  $\frac{1}{3}$  વહ ત્રાપિજ્યમ  
= રપહ  $\Delta$  + અરહ  $\Delta$  - મરપ  $\Delta$  + અગમ  $\Delta$  = અગપહ આકૃતિ =  $\frac{1}{3}$   
વડ સમાંતર જાણુ ચોખ્ખૂણુ માટે વગપ  $\Delta$  - અગપહ આકૃતિ =  
પકડહ ચોખ્ખૂણુ માટે તે વડ ચોખ્ખૂણુના ત્રણ ભાગ થયા એ સિધ્ધ.

(પીઝે પ્રકાર) સાધન—આપેલા અવકાંડ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાના વક પાયાના ફ તથા ફ ત્રિભાગ (મ.૧) બિંદુથી અવ સાથે ફ તથા ફન સમાંતર દોર (પે.૩૧) બિંદુથી વસ, ફન અને ફડ આપાનો  $\frac{1}{3}$  થશે વન સાંધ. અને વકકાંડ ત્રાપિજન્યમને ઉપરના પ્રકાર પ્રમાણે દૂભાગનારી વગ દોર.

સિદ્ધતા—અવન  $\Delta = \frac{1}{3}$  અફ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા (પે.૩૪)  $= \frac{1}{3}$  અફ તો આકાનો વકાંડન ત્રાપિજન્યમ  $\frac{1}{3}$  અફ છે તેને દૂભાગેલા છે માટે અવન  $\Delta =$  નવગડ  $=$  વકગ  $\Delta$  એ ત્રિભાગ થયાએ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૭ મું કૃત્ય—કોઈ પણ એક આપેલા (મ) ચોખ્ખાની બરાબર લોઝિત્ર (રામબસ) કરવાનું.

સાધન—આપેલા મ ચોખ્ખાના  $=$  અવકાંડ કાટખૂણ ચોખ્ખા કર (પે.૪૪) અને વ મધ્ય બિંદુ લઈને વક સમાંતર ગોળ કર, તે અંકને ફ બિંદુએ છેદશે. કયા વડેને સમાંતર વક દોર (પે.૩૧), તે અંકને ફ આગળ મળશે. તે કરવાના વક લોઝિત્ર થશે.

સિદ્ધતા—અવકાંડ  $=$  વકફઈ (પે.૩૫) અને વકફઈ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખામાં વક  $=$  વડ છે માટે તેની સમગ્રી બાજુઓ બરાબર (પે.૩૪) તેથી વક લોઝિત્ર (બા.૩૦) આપેલી મ ચોખ્ખા આકૃતિની બરાબર છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૮ મું કૃત્ય.—એક આપેલા (અવકાં) ત્રિકોણના કોણ અને પરિમિતીની બરાબર એક સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા કરવાનું.

સાધન—આપેલા અઘક $\Delta$ ના વક પાયાને ડ આગળ દૂ. ભાગ (પે. ૧૦). અને અઈ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) ડ મધ્ય બિંદુ ધારીને અવ તથા વકના સરવાળાના અર્ધ નીચે અં તરે ગોળ કર, તે અઈ ને ઈ આગળ છેદશે. કથી ડઈને કફ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) તો કરવાનો ડ ક ફ ઈ સમાંતર બા જી ચોખ્ખો થશે.

સિદ્ધતા—અવ તથા અકના સરવાળાના અર્ધ બરાબર ડઈ છે અને ડઈ = કફ (પે. ૩૪). તથા ડક = ફફ. ∴ અવ + અ ક = ડઈ + કફ અને કડ + ડવ = કડ + ફઈ. ∴ અવક ત્રિ કોણની ત્રણ બાજીના સરવાળા બરાબર ડકૂફઈ ચોખ્ખો બાજીના સરવાળા છે અને અ વ ક $\Delta$  = ડ ક ફ ઈ સમાંતર બાજી ચોખ્ખો છે (પે. ૪૧) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૯ કૃત્ય—એક આપેલા ચોરસની (અક) કાલું ના વધારામાં એક એવું (પ) બિંદુ સોધી કહાડવું; કે ત્યાંથી તે ચોરસની કોઈ પણ બાજી સાથે દોરેલી સમાંતર લીટી, બી જી બાજીના વધારાને (ઈ) આગળ મળે. તથા થએલો (અપઈ) ત્રિકોણ તે (અફ) ચોરસની બરાબર થાય.

સાધન—આપેલા અઘકડ ચોરસની અક કાલું = અડને ઈ સુધી વધાર (પે. ૭). ઈ થાડક ને સમાંતર ઈપ દોર (પે. ૩૧). તે કાલુંને પ બિંદુએ મળશે એટલે તે ચોરસના બિંદુ થશે.

સિદ્ધતા.—અડ = કડ છે અને  $\angle$  ડ કાટખૂણો છે, માટે



હાક =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો છે (પે. ૩૨) માટે  $\angle$  અપડ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો છે.  
 $\angle$  અપડ =  $\angle$  અપ માટે અપ = અડ (પે. ૧) = અક અને ૨ બક  
 = અક (પે. ૪૭) = અડ; અપડ કાટખૂણુ  $\Delta$  છે અને અડ = ૨  
 અપડ માટે ૨ અડ = અપ  $\Delta$  અને અડ = અક = ૨ અવકડ  
 માટે ૨ અપડ  $\Delta$  = ૨ અવકડ ચારસ માટે અપડ  $\Delta$  = અ  
 વકડ ચારસ માટે ૫ શોધી કહાડવાનું બિંદુ છે એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૨૦ પ્રમેય**—એક (અવકડ) સમાંતર બાજુ  
 ચોખૂણામાં એક આધેના (૫) બિંદુથી તેના ખૂણા સુધીલીટીએ  
 દોરવાથી તેના ચાર ત્રિકોણ થશે, તેમાંના કોઈપણ સામસામેના  
 બેનો સરવાળો, તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણાના અર્ધ બરાબર થશે.  
 પદ્ય અથવા અકને નપસ તથા મપક સમાંતર લીટીએ  
 દોર (પે. ૩૧). પડ, પક, પવ તથા પઅ સાંધ તે અપન  $\Delta$  =  
 $\frac{1}{2}$  મન સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ છે (પે. ૩૪). તેજ પ્રમાણે ન  
 પડ  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  નક;  $\frac{1}{2}$  મસ = પવસ  $\Delta$  તથા  $\frac{1}{2}$  મક = પસક  $\Delta$  છે મા  
 ટે અપન  $\Delta$  + પનડ  $\Delta$  = અપડ  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  મડ અને વપસ  $\Delta$  + સપ  
 ક  $\Delta$  = વપક  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  મક ચોખૂણુ માટે અપડ  $\Delta$  + વપક  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  અ  
 વકડ સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૨૧ પ્રમેય**—જો એક (અવકડ) સમાંતર બાજુ  
 ચોખૂણુની (અક) કર્ણમાં અથવા તેના વધારાનાં એક (અ) બિં  
 દુથી તે કર્ણની સામેના બે ખૂણુ બિંદુના સાંધવાથી એ (અવ  
 ક અને અક) ત્રિકોણ તથા (અવ અ અને અક અ)

ત્રિકોણ યથે તે અનુક્રમે બરોબર થયે.

(૧) જો તે  $\Delta$  બિંદુ માંછી હયે તો ઇથા અવ તથા અડ સાથે સહમ તથા પડન લીટીઓ સમાંતર હોર (પે. ૩૧) અપડ  $\Delta$  = અસડ  $\Delta$ , પવડ  $\Delta$  = ઇવમ  $\Delta$ , ઇમક  $\Delta$  = ઇકન  $\Delta$ , ડઇન  $\Delta$  = ડડ સ  $\Delta$  (પે. ૩૪) અને પમ ચોખૂણુ = સન ચોખૂણુ (પે. ૪૩) માટે અપડ  $\Delta$  + પવડ  $\Delta$  = અવડ  $\Delta$  = અસડ  $\Delta$  + ડસડ  $\Delta$  = અડડ  $\Delta$  અને એજ પ્રમાણે ઇવક  $\Delta$  = ઇડક  $\Delta$  છે એ સિધ્ધ.

(૨) જો  $\Delta$  બિંદુ બહાર હયે તો ઇથા અવ અને વક સાથે ઇપ તથા ઇન સમાંતર હોર (પે. ૩૧) વક તથા કઢને વધાર ત પડન મ આગળ અને નડને સ આગળ મળયે. નક ચોખૂણુ = કપ ચોખૂણુ (પે. ૪૩) માટે નમ ચોખૂણુ = સપ ચોખૂણુ ઇવક  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  નમ ચોખૂણુ તથા ઇડક =  $\frac{1}{2}$  સપ ચોખૂણુ (પે. ૩૪) માટે ઇવક  $\Delta$  = ઇડક  $\Delta$  અને અવક  $\Delta$  = અકડ  $\Delta$  (પે. ૩૪) માટે ઇઅવ  $\Delta$  = ઇઅડ  $\Delta$  એ સિધ્ધ.

મનોચત્ત ૧૨૨ પ્રમેય—એક (અવકઢ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણુના કોષ્ટ્ર એક (ડ) ખૂણાથી એક એવી (કફગ) લીટી દોરી, કે તેની એક (વક) બાજુને (ફ આગળ) અને બીજીના વધારાને (ગ આગળ) મળે તે બિંદુ અને સામસામેના બે ખૂણુ બિંદુઓ (અપ તથા કમથા) સાંધ્યા તો તેથી થયેલા (અવક તથા કફગ) બે ત્રિકોણ બરોબર થયે.

વડ કર્ણલીટી કર એટલે કવડ  $\Delta$  = કમડ  $\Delta$  (પે. ૩૬). એ બંનેમાંથી સાધારણ કફડ  $\Delta$  બાદ કરીશો; તો કવડ  $\Delta$ . કમડ  $\Delta$

=ફવડ $\Delta$ =કગડ $\Delta$ -કફડ $\Delta$ =ફકગ $\Delta$ . અને ફવડ $\Delta$  =  
અવક $\Delta$  (પે. ૩૭) મઃ. અવક $\Delta$ =કફગ $\Delta$  એ સિધ્ધ.

મનોયલ ૧૨૩ પ્રમેય—એક (અવકડ) સમાંતર ખાજી ચો  
ખૂણી એક (અડ) ખાજીમાં કોણપણ (ફ) ખિંદ્યા તેની સા  
મેની (વક) ખાજીના છેડાએને સાંધવાયા તથા તેની બે (અક  
તથા વડ) કર્ણ લીટીએના (ઈ) છેદન ખિંદ્યા એક (વકફઈ)  
આકૃતિ તે સમાંતર ખાજી ચોખૂણુનો  $\frac{1}{2}$  થશે.

વકફ $\Delta$ =અવક $\Delta$ (પે. ૩૭)= $\frac{1}{2}$  વડ ચોખૂણુ (પે. ૩૪).  
અને  $\frac{1}{2}$  અવક $\Delta$ =વકઈ $\Delta$ (પે. ૩૮. કર્ણ લીટીએ દૂબાગાય છે)  
મઃ. વકઈ $\Delta$ = $\frac{1}{2}$  વડ ચોખૂણુ.  $\therefore$  વકફ $\Delta$ -વકઈ $\Delta$ =વકફ  
ઈ આકૃતિ= $\frac{1}{2}$  વડ ચોખૂણુ એ સિધ્ધ.

મનોયલ ૧૨૪ પ્રમેય—એક (અવકડ) સમાંતર ખાજી ચો  
ખૂણુના કોણ (ઈ) ખિંદ્યા બે (અવ, વક) ખાજીએને દોરેલી  
(સરતથા ગઈ) સમાંતર લીટીએના છેદન ખિંદુને તે બે ખાજી  
એના સામસામેના છેડા તે ખિંદુ સાથે (ઈઅતથાઈક) સાંધોએ  
તો તેથી તે તરફના (અક) કર્ણ સાથે થએલા (અકઈ) ત્રિકોણ  
ની બમણાઈ બરોબર બીજા છેડા તરફના તે ખિંદુથી થએલા બે  
(કડતથાવઈ) સમાંતર ખાજી ચોખૂણુની બાહ્યાડી બરોબર છે.

અક કર્ણ તથા સર સમાંતર લીટીના ક છેદન ખિંદુથી મન  
સમાંતર લીટી દોર (પે. ૩૧). તો વફ=કફ ચોખૂણુ (પે.  
૪૩).  $\therefore$  વસઈહ=વસકમ+મફઈહ= મફકહ+ફનકર. વસ  
ઈહ=ફગકર+મફઈહ+ફનગઈ અને  $\frac{1}{2}$  મફઈહ=અફઈ $\Delta$  તથા  
 $\frac{1}{2}$  ફનગઈ=કફઈ $\Delta$ (પે. ૪૧) અને મફઈહ+ફનગઈ=મનગઈ

=વડ ચોખ્ખુ-ઈડચોખ્ખુ ∴ વડ ચોખ્ખુ-ઈડ ચોખ્ખુ =  
૨ (અ ફ ઇΔ + ફકઈΔ) = ૨અકઈΔ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૫ મું પ્રમેય—એક સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ-  
ણગી (અક તથા વડ) કર્ણ લીટીએ એક બીજાને (ઈખિં-  
ફએ) છેદવાથી એક બાજુ સાથે થએલા (અવડ) ત્રિકોણમાં  
એક (પ) ખિંડથી તેની બે સામસામી બાજુ ઉપરના બે અવક ત  
થા (કપડ) ત્રિકોણની બાદબાકી તે ખિંડથી બે કર્ણ સાથેના  
થએલા (અપક અને વપડ) ત્રિકોણના સરવાળા બરાબર છે.

અવ = કડ (પે. ૩૪). ∴ અવડ = ∠કઈ તથા ∠અવડ = ∠  
કડઈ (પે. ૨૯.) ∴ અવડΔ = કડઈΔ (પે. ૨૯) અને કપડ  
Δ = કડઈΔ + કપડઈ આકૃતિ. અને અવપΔ = કડઈΔ -  
અઈવપ આકૃતિ ∴ કપડΔ - અવપΔ = કડઈ Δ + કપડડ.  
આકૃતિ - (કડઈΔ - અઈવપ આકૃતિ) = કપડઈ આકૃતિ + અઈવપ  
આકૃતિ ∴ કપડΔ - અવપΔ = વપડ Δ + અપકΔ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૬ મું પ્રમેય—એક અવકડ સમાંતર  
બાજુ ચોખ્ખુની અંક કર્ણ લીટીની આસપાસના બે સમાંતર  
બાજુ ચોખ્ખુનું એક સાધારણ (ફ) ખૂણ ખિંડ અને બીજી  
(વડ) કર્ણ લીટીના છેડા સાંધવાથી બે (વકઈ) ત્રિકોણ થશે  
તેની બમણાઈ તે કર્ણની આસપાસના બે (અક તથા ફક)  
સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુની બાદબાકીની બરાબર છે.

વકફΔ + અડફΔ = ૧/૨ વડ ચોખ્ખુ (મ. ૧૨૦). તેમજ અવક  
Δ + કડફΔ = ૧/૨ વડ ચોખ્ખુ અને અવડΔ = ૧/૨ વડ ચોખ્ખુ (પે.  
૩૪). ∴ વકફΔ - અવકΔ = કડફΔ - અડફΔ પણ કડફΔ =

કફન $\Delta$ +ફકન $\Delta$ =કફન $\Delta$ +રફક $\Delta$  અને અફક = અફર  
 $\Delta$ +રફક $\Delta$  ∴ કકફ $\Delta$ -અકફ = કફન $\Delta$ -અફર $\Delta$  હવે બ  
 કફ $\Delta$ =ફકમ $\Delta$ +વકમ $\Delta$  અને ફકમ $\Delta$ =કફન $\Delta$  (પે.૩૪)  
 અને વક યો. = ફક યો. પુરવણી યો. છે ∴ વકમ $\Delta$ =ફરક  
 $\Delta$  અર્ધ પણ યો. ૨. ∴ વકફ $\Delta$ =ફકન $\Delta$ +રફક $\Delta$  અને અવક  
 $\Delta$ =અસફ $\Delta$ +સવક $\Delta$ , પણ અસફ $\Delta$ =અફર $\Delta$  અને સવક $\Delta$   
 = રફક (ઉ.પ્ર.). ∴ અવક $\Delta$ =રફક $\Delta$ +અરફ $\Delta$ . ∴ વકફ $\Delta$ -અ  
 વક $\Delta$ =કફન $\Delta$ +રફક $\Delta$ -રફક $\Delta$ -અરફ $\Delta$ =કફન $\Delta$ -અરફ  
 $\Delta$ . વકફ $\Delta$ =વકપ $\Delta$ +ફવપ = અવપ $\Delta$ +ફવપ $\Delta$  ∴ વ  
 કફ $\Delta$ -અવક $\Delta$ =અવપ $\Delta$ +વકપ $\Delta$ -અવક $\Delta$ -પણ અવપ $\Delta$ -અવ  
 ક $\Delta$ =ફવપ $\Delta$  ∴ વકફ $\Delta$ -અવક $\Delta$ =૨ ફવપ $\Delta$ =વકફ  
 $\Delta$  વકફ $\Delta$ -અવક = કફક $\Delta$ -અકફ $\Delta$  પણ વકફ $\Delta$ -અવક  
 $\Delta$ =કફન $\Delta$ -અફર $\Delta$  ∴ વકફ $\Delta$ -અવક $\Delta$ =વકક $\Delta$ =કફ  
 ન $\Delta$ -અફર $\Delta$  ∴ ૨ વકક $\Delta$ =૨ કફન $\Delta$ -૨ અફર $\Delta$  પણ ૨ ક  
 ફન $\Delta$ =કફ યો. ખૂલુ અને ૨ અફર $\Delta$ =અક યો. ખૂલુ  
 ∴ ૨ વકક $\Delta$ =કફ યો. ખૂલુ-અક યો. ખૂલુ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૭ થું પ્રમેય—ક્ષેત્રદ્વિમાં બરાબર અંચા  
 સધળા (અવકક, ગઈકહ, હઈકમ) સમાંતર બાજુ યો. ખૂલુ  
 માં (અવકક) ચોરસની પિરમિતી નહાનામાં નહાતી છે.

ગઈકહ $\Delta$ માં ગઈકહ કાટખૂણો છે માટે ગઈકહ કરતાં તે ઓટી  
 છે (પે.૩૨) માટે ગઈકહ કાટખૂણો છે (પે.૧૯) એજ પ્રમાણે હઈક  
 કરતાં મક ઓટી છે અને હઈક = ગઈક = હમ (પે.૩૪) માટે ગઈ  
 + હઈક + કહ + હમ યો. ખૂલુ હઈક + હઈક + કમ + મહ ઓટી છે.

હવે અક ચોરસ = ગક કાટખૂણુ યો. ખૂલુ છે માટે એ બંને

માંથી ફઈ બાદ કરીએ તો ફઈ  $\times$  અફ = ફહ  $\times$  ફગ કાઢખૂણ  
ચોખૂણ. પણ અહ = અવ = ફડને અહનો. અફ ભાગ છે માટે  
ફઈ કરતાં ફહ નહાની છે તો સ્પષ્ટ છે કે અફ કરતાં ફગ મોટી  
છે કારણ કે અઈ = ગહ ચોખૂણ છે. (ઉ.પ્ર.) અને ફગ = હહ;  
અફ = હઈ ( પે. ૩૪ ) માટે અવ + હઈ + ફક + ફહ + હફ +  
અફ ચોરસની પરિમિતી કરતાં ફઈ + ફક + ફહ + હહ + હગ +  
ફગ કાઢખૂણ ચોખૂણની પરિમિતી વધારે છે એ સિદ્ધ.

**મનોપત્ન ૧૨૮ મું પ્રમેય**—જો કોઈ (અવકહ) ચોરસની  
પરિમિતી (વડગફ) કાઢખૂણ ચોખૂણનો પરિમિતીની ખરાબર  
છે તો ચોરસનું ક્ષેત્રફળ વધારે થશે.

અહ તથા ફગને વધાર તે હ આગળ મળ્યે. વહ સાં  
ધ તે કહ તે ન આગળ હૃદ્યે. નથી વફ અથવા અહને સ  
માંતર સનમદાર (પે. ૩૧). અન = ફન (પે. ૪૩). માટે ફર  
કરતાં અર ચોખૂણ ઘણેાજ મોટા છે માટે એ બે વિષમભા  
ઈક મળ્યો તો ફફ કરતાં અક મોટા છે માટે ફવફગ કરતાં  
અવકહ ચોરસ મોટા છે એ સિદ્ધ.

**મનોપત્ન ૧૨૯ મું પ્રમેય**—કોઈ એક (અવક) સમદિ  
યાત્રુ ત્રિકોણની પરિમિતી, તેના ક્ષેત્રફળ અને ઊંચાઈમાં ખરાબ-  
ખરાબ એવા (અહકઈ) કાઢખૂણ ચોખૂણનો પરિમિતીયા વધારે છે.

અવક સમદિ યાત્રુ ત્રિકોણના એ ખૂણાને દૂભાગનારી  
અહ કર (પે. ૯), તો તે વક પાયાને દૂભાગ્યે તથા તેની ઉપર  
લંબ થયે (મ. ૧૧). અથા વકને અને કયા અહને સમાંતર  
અઈ તથા ફઈ દાર (પે. ૩૧). તે હ આગળ મળ્યે. હઈ =  
અવક  $\Delta$  છે (પે. ૪૧). હવે કહ = અઈ (પે. ૩૪) માટે વક = હ

ક+અંદ અને અંદ કાઠખૂણા છે. માટે અવધી અંદ નહાની છે (પે. ૧૯) અને તેજ પ્રમાણે અવધી કઈ નહાની છે માટે અવ+અવ+અવક પરિમિતીથી અંદ+અંક+કઈ+અંદ કાઠખૂણા ચોખ્ખી પરિમિતી નાહાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૦ પ્રમેય—કોષ (અવકઢ) ચોખ્ખા આકૃતિની એક અંક કર્ણ લીટી તે ચોખ્ખાને દૂમાગે તો તે કર્ણ લીટી બીજી (વંદ) કર્ણને દૂમાગથે.

અંક ઉપર વંદ તથા અંક લંબ કર (પે. ૧૨) અવકઢ = અંકઢ (ઉપ. પ્ર) અંક પાસે બંનેમાં સાધારણ છે તો વંદ = અંક (પે. ૪૦) અને અંકગઈ = અંકગઈ (પે. ૧૫) તથા અંકગઈ = અંકગઈ કાઠખૂણા તે ∴ વંદ = ગઈ (પે. ૨૧) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૧ મું પ્રમેય—કોષ (અવકઢ) ચોખ્ખા આકૃતિના સામસામેના બે (અવક તથા અંક) ખૂણા બરાબર છે તો તેની સામસામેની (અવક કઈ તથા અંકને વંક) બાહ્યબાહ્ય વધારવાથી તેઓ મળશે ત્યાં આગળ (અંક તથા અવક) ખૂણા થશે તે બરાબર થશે.

અંકગઈ+અંકગઈ = અંકઢ અને અંકઢ+અંકઢ = અંકઢ (પે. ૩૨) પણ અંકઢ = અવક છે માટે અંકગઈ+અંકગઈ = અંકઢ+અંકઢ, પણ અંકગઈ = અંકઢ (પે. ૧૫) માટે અંકગઈ = અંકઢ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૨ મું પ્રમેય—કોષખૂણા એક (અવકઢ) ચોખ્ખા આકૃતિની ચારે બાહ્યબાહ્ય સરવાળો બે અંક તથા વંદ) કર્ણના સરવાળા કરતાં મોટા છે.

અડ+અવ કરતાં વડ નાની છે (પે. ૨૦), અવ+વક કરતાં અક નાની છે, વક+કડ કરતાં વડ નાની છે, અને કડ+અડ કરતાં અક નાની છે માટે ૨ અડ+૨ અવ+૨વક+૨ કડ કરતાં ૨ અક+૨ વડ નાની છે. ∴ અડ+અવ+વક+કડ કરતાં અક+વડ નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૩ પ્રમેય—કોષપણુ (અવકડ) ચોખ્ખા આકૃતિના બે કણોના છેદના બિંદુ શિવાયના તેમાંના કોષપણુ એક (૫) બિંદુથી તે ખૂણા સુધી દોરેલી ચાર લીટીઓનો સરવાળો બે કણોના સરવાળા કરતાં વધારે થયે.

(અપક+અવ+વક કરતાં અક નાની છે. વપડ+અવ+વક+વડ કરતાં વડ નાની છે. (પે. ૨૦) ∴ અવ+વક+વપ+વડ કરતાં અક+વડ નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૪ પ્રમેય—કોષપણુ (અવકડ) ચોખ્ખા આકૃતિમાં (ચડ) માટીની સાથે (વક) નાની બાજુ હયે તો નાની બાજુ પાસેના બે ખૂણાના સરવાળા કરતાં માટી બાજુ આગળના ખૂણાનો સરવાળો નાનો થયે.

અવ તથા કડને વધાર તે ૬ બિંદુએ મળયે. વકડ  $\Delta$  ના  $\angle$ કવડ+ $\angle$ વડક =  $\angle$ વકડ (પે. ૩૨). અને  $\angle$ વકડ +  $\angle$ વડક =  $\angle$ કવડ ∴  $\angle$ કવડ +  $\angle$ વકડ + ૨  $\angle$ વડક =  $\angle$ વકડ +  $\angle$ કવડ અને  $\angle$ કવડ +  $\angle$ વકડ +  $\angle$ વડક = બે કાટખૂણા છે (પે. ૩૨) ∴  $\angle$ વકડ +  $\angle$ કવડ = બે કાટખૂણા + ૨  $\angle$ વડક ; અને ૬ અડ + ૬ ઇડ તો બે કાટખૂણા કરતાં એકાં છે (પે. ૩૨) ∴ ૬ અડ + ૬ ઇડ કરતાં  $\angle$ વકડ +  $\angle$ કવડ વધારે છે એ સિદ્ધ.



મનોયત્ન ૧૩૫ કૃત્ય—કોઈપણ (અવકાશ) ચોખ્ખુ આ-  
કૃતિમાં એક સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ એવો કરવો કે તેના  
બે ખૂણ બિંદુ, તે ચોખ્ખુની બે સામસામેની (અવ, કાંડ)  
બાજુઓમાં બે આપેલા (ઈ તથા ફ) બિંદુએ થાય.

સાધન—ઈફ સાંધ, અને તેને ગ આગળ દૂભાગ(પે. ૧૦).  
ગથી અહ તથા વક વચે નગહ એવી લીટી દોર કે તે ગ  
આગળ દૂભાગાય. (મ. ૩). ઇહ, હફ, ફન તથા ન ઇ સાંધ  
એટલે તે કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ થશે.

સિદ્ધતા—ઇનગ તથા નફગ $\Delta$ માં નગ = ગહ, ઇગ = ગફ.  
(આ. ૨૫.) અને  $\angle$ ઇગન =  $\angle$ હગફ (પે. ૧૫)  $\therefore \angle$ ઇનગ =  
 $\angle$ ગહફ (પે. ૪).  $\therefore$  ઇન તથા હફ સમાંતર (પે. ૨૭) એજ  
પ્રમાણે ઇહ તથા ફન સમાંતર છે માટે ઇહફમ સમાંતર  
બાજુ ચોખ્ખુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૬ કૃત્ય—જો કોઈ (અવકાશ) ચોખ્ખુ આ-  
કૃતિની બે સામસામેની(અવ, કાંડ) બાજુઓ, કાંઈ લીટીઓ  
થાય એવા બે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ કરીએ તો તે ચોખ્ખુ  
ની બાજુ (હગ, ગન) કાંઈ લીટીઓ એક સીધી લીટીમાં અને  
બરોબર થશે.

સાધન—અવ, કાંડ ને ઇ, ફ બિંદુએ દૂભાગ. ઇ. ફ  
સાંધ ઇફ ને ગ આગળ દૂભાગ. (પે. ૧૦). ગઈ અને ગફ  
ને અનુક્રમે તેઓના જેટલી ઇહ અને ફન વધાર. અહ, વહ  
ફન તથા હન સાંધ.

સિદ્ધતા—અઈ = વઈ; ગઈ = ઇહ (આ. ૨૫.) અને  $\angle$ અઈહ

=લવગ (પે. ૧૫)માટે/લવહ=લવગ;અહ=વગમાટે અહ તથાવગ સમાંતર (પે.૪;૨૭)માટેવહતથા અગ સમાંતર (પે. ૩૩) એજ પ્રમાણે ગહ અનેકને તથા ગક અને હનેસમાંતર માટે અવ અને કહ કર્ણ લીટી ઉપર ગહ અને ગન સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ છે અને ગઈ=ગફ માટે ગહ=ગન એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૭મું કૃત્ય—કોઈ આપેલી (મ,ન,ક્ષ,ય.) ચાર સીધી લીટીઓનો એક ચોખ્ખુ કરવાનું અને તે કરવાને શી-સરતો જોઈએ.

જો આપેલી ચાર લીટીઓમાંની કોઈપણ વણનો સરવાળો ચોથી કરતાં વતો હશે તોજ તે કૃત્યનું સાધન શક્ય થશે.

સાધન—એક સર લીટી લે. અને તેમાંથી મ=સઅ, ન=અવ, અને ક્ષ=વગ રાખ (પે.૩) ન મધ્ય બિંદુ લેખને વગ. આંતરે ઢલવગોળ કર, તથા અ મધ્ય બિંદુ લેખનેઅસ આં-તરે સઢપ ગોળ કર, તે બંને હ બિંદુએ છેદાશે. હ મધ્ય બિં-દુ લેખને ય=હકઆંતરે હકફ ગોળ કર તે ઢલવ ને ક આગળ છેદશે, અહ,હકઅને કવ સાંધ. એટલે કરવાનો અ-વકહ ચોખ્ખુ થશે.

સિધ્ધતા—અસ=અહ=મ,અવ=ન,વક=વગ=ક્ષ. અનેહ ક=મ માટે આપેલી લીટીઓનો અવકહ ચોખ્ખુ છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૮મું પ્રમેય—કોઈપણ(અવકહ) ચોખ્ખુ આક-તિની ચારે બાજુઓનાં (ફ, ગહ,) દૂભાગ બિંદુઓને સાંધ વાથી એક સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ થશે; અને તે મૂળની ચો-

ખૂણ આકૃતિના અર્ધની બરાબર થયે. (ક્ષેત્રફળમાં.)

અવકાંઠ ચોખ્ખામાં અક તથા વડ કર્ણ લીટીઓ કર. અ ગ તથા કહસાધ.  $અકગ\Delta = \frac{1}{2}અકહ\Delta$  અને  $અકહ\Delta = \frac{1}{2}અકહ\Delta$  (પે. ૩૮) માટે  $અકગ\Delta = અકહ\Delta$  માટે અક સાથે ગહ સમાંતર છે (પે. ૩૯) તથા  $\frac{1}{2}અકહ\Delta = ડહગ\Delta$  (મ. ૬૮) અને તેજ પ્રમાણે અક સાથે ફફ સમાંતર છે. ∴ ફફ તથા ગહ સમાંતર (પે. ૩૦) અને  $\frac{1}{2}અવક\Delta = વફફ\Delta$  છે. અને  $અવક\Delta + અકહ\Delta = અવકાંઠ$  ∴  $વફફ\Delta + ડહગ\Delta = \frac{1}{2}અવકાંઠ$  અને તેજ પ્રમાણે ઇહ તથા ફગ સમાંતર છે. ∴ ફફગહ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા છે; અને  $અઈહ\Delta + ફકફગ\Delta = \frac{1}{2}અવકાંઠ$  છે. ∴  $અઈહ\Delta + વફફ\Delta + ફકફગ\Delta + ડહગ\Delta = અવકાંઠ$  આકૃતિનું અર્ધ છે. ∴ બાકીનો ફફગહ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા  $= \frac{1}{2}અવકાંઠ$  ચોખ્ખા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૯ કૃત્ય—કોઈપણ (અવકાંઠ ત્રાપિન્નયમ) ચોખ્ખા આકૃતિની એક (અક) કર્ણ ઉપર તેના બે સામેના ખૂણા થી દોરેલા (વફ તથા ડહ) લંબ બરાબર છે તે તે ચોખ્ખા આકૃતિમાં એક એવું (પ) બિંદુ સીધી કાઢાડવું કે તે બિંદુ થી તેના ખૂણા બુધી લીટીઓ દોરવાથી તેના બરાબર ચાર ભાગ થાય. સાધન—અક કર્ણ લીટીને પ આગળ દૂભાગ અને પહ, પ વ સાધ એટલે એ સાધવાનું બિંદુ થયે.

સિદ્ધતા—અકાંઠ તથા અવક ત્રિકોણમાં વફ = ડહ (ઉપ. પ્ર.) અક બેઠમાં સાધરણ છે. ∴  $અવક\Delta = અકાંઠ\Delta$  (પે. ૩૮) અ

ને અપ = પક છે માટે અવપ  $\Delta$  = પવક  $\Delta$  (પે. ૩૮) અને તેજ પ્રમાણે અપહ  $\Delta$  = હપક  $\Delta$  માટે અપહ  $\Delta$  = હપક  $\Delta$  = વકપ  $\Delta$  = અવપ  $\Delta$   $\therefore$  સોધવાનું બિંદુ પ છે એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૪૦ પ્રમેય—**એક (અવકહ) ત્રાપિભ્યમની બે (અહ તથા વક) સમાંતર બાજુઓના (ઈ તથા ફ) દૂભાગ બિંદુઓને સાંધવાથી તે ત્રાપિભ્યમના બે બરોબર ભાગ થયે.

વક તથા કક સાંધ વઈ = ઈક તથા અક = ફહ છે  $\therefore$  વઈત  $\Delta$  = ઈકફ  $\Delta$  તથા અવક  $\Delta$  = ફકહ  $\Delta$  (પે. ૩૮).  $\therefore$  અવક  $\Delta$  + વઈફ  $\Delta$  = અવઈફ = ફકહ  $\Delta$  + ઈકફ  $\Delta$  = કહફઈ  $\therefore$  અવકહ ત્રાપિભ્યમ ફઈ લીટીથી દૂભાગાય છે એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૪૧ પ્રમેય—**એક (અવકહ) ચોખ્ખા આકૃતિની બે કર્ણ લીટીઓથી થયેલા ચાર ભાગમાંથી કોષ્ટ (અવ તથા કહ) બે સામસામીની બાજુ ઉપરના બે ત્રિકોણ (અવઈ તથા કહઈ) બરોબર હશે તો બીજા બે (અહ તથા વક) સામસામીની બાજુઓ સમાંતર થયે.

અવઈ  $\Delta$  + અહઈ  $\Delta$  = અવહ  $\Delta$  = કહઈ  $\Delta$  + અહઈ  $\Delta$  = અકહ  $\Delta$  અને એ બંને ત્રિકોણોનો અહ પાછો છે  $\therefore$  અહ તથા વક સમાંતર છે (પે. ૩૯) એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૪૨ પ્રમેય—**એક (અવકહ) ચોખ્ખા આકૃતિની બે (અહ તથા વક) બાજુઓ સમાંતર છે પણ બરોબર નથી અને બીજા બે (અવ તથા કહ) બાજુઓ બરોબર છે. પણ સમાંતર નથી તો તે ચોખ્ખા આકૃતિના બે સામસામીના

ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે, અને તેથી ઉલટું (એક તરફના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં વધે અથવા ઓછો છે.)

અહ તથા વક્ર બે સમાંતરમાંની નાની અઢના હ બિંદુથી અવને સમાંતર હઈ ફાર ( પે. ૩૧ ) અથવા અવહ સમાંતર બાજુ ચોખૂણાની અવ = હઈ તથા  $\angle$ વઅહ =  $\angle$ વહઈ ( પે. ૩૪ ) અને અવ = કહ (ઉપ. પ્ર.)  $\therefore$  હઈ = હક  $\therefore$   $\angle$ હઈક =  $\angle$ હકઈ ( પે. ૫ ) અને  $\angle$ વહઈ +  $\angle$ હઈક = બે કાટખૂણા છે ( પે. ૧૬ )  $\therefore$   $\angle$ વહઈ અથવા  $\angle$ વઅહ +  $\angle$ હઈક અથવા  $\angle$ હકઈ = બે કાટખૂણા છે અને એજ પ્રમાણે તે ચોખૂણા આકૃતિના  $\angle$ વ +  $\angle$ હ = બે કાટખૂણા છે વળી  $\angle$ અવક =  $\angle$ હઈક ( પે. ૨૯ ) =  $\angle$ હકઈ અને  $\angle$ હઈક +  $\angle$ હકઈ તે બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે ( પે. ૧૭ )  $\therefore$   $\angle$ અવક +  $\angle$ વકહ તે બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે. અને  $\angle$ વકહ +  $\angle$ અહઈ = બે કાટખૂણા ( પે. ૨૯ )  $\therefore$   $\angle$ વઅહ +  $\angle$ અહઈ +  $\angle$ હઈક =  $\angle$ વઅહ +  $\angle$ અહક તે બે કાટખૂણા કરતાં વધારે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૩ પ્રમેય—જો કોઈ (અવકહ) ચોખૂણા આકૃતિની બે (અહ તથા વક્ર) બાજુઓ સમાંતર હોય, તેની બે ઠેણીના દ્વાગ બિંદુને સાંધનારી (ઈફ)લીટીને વધારવાથી (અવ તથા કહ) ને ગ તથા હ બિંદુએ) બે બાજુઓને મળે તે ત (ગહ) લીટી, બે સમાંતર બાજુઓના સરવાળાના અર્ધ બ

રેખર થશે. અને એ મધ્ય બિંદુને સાધનારી (ફ) તેઓ  
ની બાહ્યાક્રીતા અર્ધની બરેખર થશે.

અહીં ને મ આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦) અઈ, ઢફ, મફ, મ  
ઈ અને મફ સાંધ, મઈ અને મફ ને વધાર તે વક ને સ  
અને પ આગળ મળશે. વક ને ન આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦)  
નઈ અને નફ સાંધ. તો અવઢ $\Delta$  = અકઢ $\Delta$  (પે. ૩૭).  $\frac{૧}{૨}$   
અવઢ $\Delta$  = અઈઢ $\Delta$  તથા  $\frac{૧}{૨}$  અકઢ $\Delta$  = અફઢ $\Delta$  (પે. ૩૮)  $\therefore$   
અઢઈ $\Delta$  = અઈફ $\Delta$  (૭ પ્રત્ય)  $\therefore$  ઇક તથા અઢ સમાંતર (પે.  
૩૯).  $\therefore$  ઇફ તથા વક સમાંતર (પે. ૩૦), વળી અફમ $\Delta$  =  
કપમ $\Delta$  અને અફમ  $\Delta$  = મઢફ  $\Delta$  (પે. ૩૪).  $\therefore$  કપફ $\Delta$   
= મઢફ $\Delta$   $\therefore$  મપ તથા ઢક સમાંતર (પે. ૩૯), અને એ  
જ પ્રમાણે સમ તથા અવ સમાંતર તથા સઈ અને ફલિ ધલુ  
એજ પ્રમાણે વિચાર કરવાથી સમાંતર થશે તો હવે અસ,  
કમ તથા ફન સમાંતર બાજુ એ બાજુ છે.  $\therefore$  અમ = વસ = ગઈ  
મઢ = પક = ફહ, અને ઇફ = સન = (નપ) (પે. ૩૪).  $\therefore$   $\frac{૧}{૨}$   
(અમ + વસ) = ગઈ,  $\frac{૧}{૨}$  (મઢ + પક) = ફહ અને  $\frac{૧}{૨}$  સપ = ઇફ માટે  
 $\frac{૧}{૨}$  (અઢ + વક) = ગઈ અને  $\frac{૧}{૨}$  (વક - અઢ) = ઇફ એ સિદ્ધ.

મનોવલ ૧૪૪ કૃત્ય—કોઈ એક (અવકઢ ત્રાપિત્યમ) એ  
ખૂલુ આકૃતિને (૧) એનાં (અ) ખૂલુ બિંદુથી લીધી દોરારને  
(૨) તેની એક બાજુમાં આપેલા (કે) બિંદુથી લીધી દોરારને  
દૂભાગવાનું,

સાધન—અવકઢ = અવઈ $\Delta$  કર (મ. ૧૦૬) અને વઈ ને

અર્થથી દૂભાગ (પે. ૧૦) જે ફ બિંદુ વક્ર માંન હોયતો કયા  
અવ ને સમાંતર ફગ દોર (પે. ૩૧) તે વક્ર ને ગ આગળ મળ  
થે. અગ સાંધ. તો તે ચોખ્ખા આકૃતિના બે બરોબર ભાગ થયે.

સિદ્ધતા—અવકઢ = અવડ  $\Delta$  અને  $\frac{1}{2}$  અવડ  $\Delta$  = અવફ  $\Delta$  (પે.  
૩૮).  $\therefore \frac{1}{2}$  અવકઢ = અવફ  $\Delta$  છે.  $\therefore$  અને અવફ  $\Delta$  = અવગ  $\Delta$  (પે.  
૩૭).  $\therefore \frac{1}{2}$  અવકઢ = અવગ  $\Delta$ .  $\therefore$  અવકઢ આકૃતિના અગ લીટીથી બે  
બરોબર ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

(ખીજી રીતે) સાધન—અક, વઢ કર્ણ લીટીઓ દોર. એમાં  
યા કોઈ પણ એક વઢ ને ફ બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦). ર્થથી  
અક ને સમાંતર ફગ દોર; અગ સાંધ. એટલે તે ચોખ્ખા આ-  
કૃતિને દૂભાગ થે. અડ તથા કડ સાંધ.

સિદ્ધતા— $\frac{1}{2}$  અવકઢ  $\Delta$  = અવડ  $\Delta$  (પે. ૩૮) અને તેજ પ્રમાણે  
 $\frac{1}{2}$  વકઢ  $\Delta$  = વકડ  $\Delta$ .  $\therefore$  અવડ  $\Delta$  + વકડ  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  અવકઢ  
છે. અને અડગ  $\Delta$  = કડગ  $\Delta$  ( પે. ૩૭ )  $\therefore$  કડગ  $\Delta$  +  
અવગડ = અવગ  $\Delta$  = કડગ  $\Delta$  + અવગડ = અવડ  $\Delta$  + વકડ  $\Delta$   
=  $\frac{1}{2}$  અવકઢ  $\therefore$  અગ લીટીથી તે આકૃતિ દૂભાગાર્થ એ સિદ્ધ.

(ખીજી પ્રકાર) સાધન—અવકઢ આકૃતિની અડ બા-  
જીમાં ફ બિંદુ આપેલું છે ત્યાંથી ર્થ સાંધ ર્થ વકઢ ચોખ્ખ  
આકૃતિને પેહેલા પ્રકાર પ્રમાણે ર્થથી ર્થ લીટી દોરીને  
દૂભાગ ર્થ લીટી ઉપર અવડ  $\Delta$  = ર્થમ  $\Delta$  કર (મ. ૧૦૬) મ  
થા ર્થ સાથે મગ સમાંતર દોર. (પે. ૩૧) ર્થ સાંધ ગફ

ને હ આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦). રૂઢ સાંધ; તેા રૂઢથી તે  
ચો ખૂણુ આકૃતિના બે બરોબર ભાગ થશે.

સિદ્ધતા— $\frac{1}{2}$  અવકડ = રૂઢકડ છે અને બાકીના અવકડ  $\Delta$   
= રૂઢકડ  $\Delta$  = રૂઢકડ  $\Delta$  ( પે. ૩૭ ). અને  $\frac{1}{2}$  રૂઢકડ  $\Delta$  = રૂઢ  
કડ  $\Delta$   $\therefore \frac{1}{2}$  અવકડ  $\Delta$  =  $\frac{1}{2}$  રૂઢકડ  $\Delta$  = રૂઢકડ  $\Delta$   $\therefore$  રૂઢકડ  
=  $\frac{1}{2}$  અવકડ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૫ કૃત્ય—કોષપણુ (અવકડ) ચોરસ આકૃતિ  
ની એક (અડ) બાજુમાં આપેલા (પ) બિંદુથી તેના બરોબર  
૨ ચાર ભાગ કરવાનું.

સાધન—કયા અપ = કફ રાખ (પે. ૩ ). પફ સાંધ. પ  
અવક તથા પડકફને દૂભાગનારી પગ તથા પડલીટીઓ કર  
(મ. ૧૪૪). એટલે તે ચોરસના ચારે બરોબર ભાગ થશે. .

સિદ્ધતા—અપ = કફ, પડ = વફ, અવ = કડ અને પફ બે  
ઊમાં સાધારણ છે  $\therefore$  અવકપ = પડક ક અને આ બે બરોબર  
ચો ખૂણુ આકૃતિઓને દૂભાગેલી છે.  $\therefore$  પઅવગ = પગફ = પફકડ  
= પડક એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૬ પ્રમેય—સમાંતર બાજુ ચો ખૂણુ સિવાય (અ  
વકડ) કોષપણુ ચો ખૂણુ આકૃતિમાંના એક બિંદુથી તેના ખૂ  
ણુ સુધી લીટીઓ દોરશે ત્રિકોણથી બરોબર ચાર ભાગ થઈ શ  
કતા નથી.

જો બની શકે તેા ધાર કે તેના રૂઢ બિંદુથી ભાગ થઈ શકે છે  
તો રૂઢ, રૂઢ, રૂઢ તથા રૂઢ સાંધ. હવે જો રૂઢ તથા રૂઢ



અને વડ તથા ફડ એક સીધી લીટીમાં હથે તો તે ત્રિકોણો બ  
રોબર છે માટે એક તથા વડ દર્શુ લીટીઓ એક બીજાને દેખા  
ગથે. માટે અવકઢ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા થથે પણ તે નથી.

જો તેઓ એક સીધી લીટીમાં નથી તો અંદરે વધારા અને અ  
ઈ = ફ ૨૫ (પે. ૩). કફ, વફ અને ઢફ સાધ. વફઈ  $\Delta$   
= અવઈ  $\Delta$  (પે. ૩૮) = વકઈ  $\Delta$  (આ. ૨૨.)  $\therefore$  વ કઈ  $\Delta$  = વ  
ફઈ  $\Delta$ . વડ તથા કફ સમાંતર છે ( પે. ૩૯ ) અને તેજ પ્ર  
માણે કઈઈ  $\Delta$  = ફઈઈ  $\Delta$ . ઢઈ તથા કફ સમાંતર; તો કફ  
સાથે વડ તથા ફડ બંને સમાંતર માટે તે એક સીધી લીટી હો  
વી જોઈએ. પણ તેમ નથી માટે એ પણ અશક્ય  $\therefore$  તેના કદી  
ચાર ત્રિકોણ બરોબર થથે નહીં એ સિધ્ધ.

\* મનોયત્ન ૧૪૭ પ્રમેય—જો એક (અવક) કાટખૂણુ ત્રિકોણ  
ના બે (અ,વ) સાંકડા ખૂણામાંનો એક (અ) બીજા (વ) કર  
તાં બમણો હોય તો કાખૂણુ કરનારી લીટીઓમાંની (વક)  
સીટીનો વર્ગ, (અક) નાનીના વર્ગની ત્રમણાઈ બરોબર છે.

અવક ત્રિકોણની અવતા વ હોય તો  $\angle અ = \angle અવઢ$  ૨૫  
(પે. ૨૩)  $\angle અ + \angle ક = \angle અવક$  (પે. ૩૨)  $\therefore \angle અવક - \angle અ$   
(= અવઢ) -  $\angle કવઢ = \angle ક$ .  $\angle અઢવ = \angle અવઢ$ . અવઢ  $\Delta$  સમ-  
બાજુ છે. (પે. ૧)  $\therefore$  અવ = અઢ અને  $\angle કવઢ = \angle ક$ . વઢ =  
કઢ (પે. ૬)  $\therefore$  ૨ અવ = અક.  $\overset{૨}{અવ} + \overset{૨}{વક} = \overset{૨}{અક}$  (પે. ૪૭)  
પણ આખી લીટીના વર્ગ = અરધી લીટીના વર્ગની ચોગણાઈ છે  
 $\therefore \overset{૨}{અવ} + \overset{૨}{વક} = ૪ \overset{૨}{અવ}$   $\therefore \overset{૨}{વક} = ૩ \overset{૨}{અવ}$  એ સિધ્ધ.

સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૮ કૃત્ય—બેક આપેલી (બક) લીટી ૬-  
પર (અબક) કાટખૂણુ ત્રિકોણુ એવો કરવો કે આપેલી લીટીના  
વર્ગની સાત ગણાઈ બરોબર બીજી અથવા બાજુનો વર્ગ થાય.

સાધન—બકના વર્ગની સાત ગણાઈ બરોબર સને  
વર્ગ થાય એવી એક સીટી (પે. ૪૭ ની સાહ્યતાથી)  
સાધી કહાડ. બક ઉપર વધી લેખ કર (પે. ૧૨). સ=બઅ  
રાખ (પે. ૩). અને એ તથા કે સાંધ ખેંચી કરવાનો  $\Delta$  થશે.

સિધ્ધતા—૭બક<sup>૨</sup>=સ<sup>૨</sup>=અબર<sup>૨</sup>; ૭બક<sup>૨</sup>=અબર<sup>૨</sup>ને એવો  
અબક  $\Delta$  છે એ સિધ્ધ.

ટીકા—પ્રથમ આપેલી બક ઉપર વધી બક=બઅ લેખ કર  
અને એક સાંધ. તો ૨ બક<sup>૨</sup>=અકર<sup>૨</sup> અને એક પર અથવા  
બક=અડ લેખ કરીને કડ સાંધ તો અકર<sup>૨</sup>+અડર<sup>૨</sup>=કડર<sup>૨</sup>

આથવા ૩ બક<sup>૨</sup>=કડર<sup>૨</sup> એજ પ્રમાણે દરેક વખતે બકને  
ટોલેલેખ કરી આકૃતિ રચના કરવાથી બકના વર્ગની ગોળગુણ  
ધર્મ, પાંચગણુ પ્રત્યાદી વર્ગ થાય એવી જોડાતી બાજુ વિદ્યાર્થી  
એ સહેલથી જાણી કહાડશે.

મનોયત્ન ૧૪૯ પ્રમેય—જો કોઈ પાણુ (અબક) વિના-  
હુના (અ) શિરે બિંદુયા (બક) પાયા પર, અથવા તેના વધારા  
પર (અડ) લેખ દોર્યો તો તે બે બાજુએના (અબર-અકર) વર્ગના  
બાજુનાકી પાયાના બે ખંડોના વરગોની બાજુનાકી (બડર-કડર  
બરોબર છે. (પાયાના બે છેડાથી લેખ સુધીનું અંત તે

ને ખંડ કહેછે.

અવર કાટખૂણા  $\Delta$  છે માં અવર = વડર + અડર (પે. ૪૭) તેમ  
અકર  $\Delta$  માં અકર = કડર + અડર; મેઢની આદખાત્રી કરીતા  
અવર — અકર = વડર — કડર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૦ મું પ્રમેય — જો એક (અવક) કાટખૂણા ત્રિ  
કોણની કોષપણ (વક) ખાજીના (ક) મધ્ય ખિંડથી કર્ણ ઉ-  
પર (કઈ) લંબ કરીએ; તો કર્ણના એ ખંડોના વર્ગની (અ  
ઈર — કઈર. આદખાત્રી, પીછા ખાજીના વર્ગ બરોબર છે.

અડ સાંધ તો અકર  $\Delta$  માં અડર — કડર = અઈર — કઈર  
(મ. ૧૪૯) પણ અડર — કડર (= વડર) = અવર (પે. ૪૭). ∴ અવર  
= અઈર — કઈર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૧ મું પ્રમેય — જો કોષ (અવક) કાટખૂણા  
ત્રિકોણના એક (અ) સાંકડા ખૂણાથી તેની સામગી (વક) ના  
દૂભાગ ખિંડ સુધી (અડ) લીટી કાઢી તો તે (અડ) નો વગ  
(અક) કર્ણના વર્ગ કરતાં દૂભાગાએલીના અર્ધના વર્ગની  
ત્રમણાઈ જોઈશે એવું છે.

વકર = ૪ વડર, અકર = અવર + વકર = અવર + ૪ વડર  
(પે. ૪૭) અને અડર = અવર + વડર (પે. ૪૭). ∴ અકર — અ  
ડર = ૩ વડર. ∴ અડર = અકર — ૩ વડર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૨ પ્રમેય — જો કોષ (અવક) ત્રિકોણની ત્રણે  
ખાજીઓના વર્ગોનો સરવાળો માયાના (અ) ખૂણાથી પાયાના

(ડ) દૂભાગ બિંદુને સાંધનારી (અડ) લીટીના વર્ગની આડ ગણાઈ બરેબર છે તે તે કાટખૂણું ત્રિકોણ થશે.

ત્રેલંબઅંક કાટખૂણું છે તે  $અડ = વડ = કડ$  થવી જોઈએ (મ. ૩૨). પણ ત્રે તે કાટખૂણું નથી; તે  $ડવ$  તથા  $ડક$  વધાર અને  $અડ = ડક = ડઈ$  રાખ (પે. ૩) તે  $લંબઅંક$  કાટખૂણું છે (મ. ૩૨).  $\therefore$   $અઈ + અકર = ઇ ફર$  (પે. ૪૭) અને  $ઈ ફર = ૪ ડર = ૪ અડર$ .  $\therefore$   $અઈ + અકર + ઇ ફર = ૮ અ ડર$  પણ  $૮ અ ડર = અ વર + અ કર + વ કર$  આપેલા છે.  $\therefore$  એ અથ ક્ય છે માટે  $લંબઅંક$  કાટખૂણું નથી પણ  $લંબઅંક$  કાટખૂણું છે એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૫૩ પ્રમેય.**—ત્રે (અવક) કાટખૂણું ત્રિકોણના (વક) કર્ણને સમાંતર (ડઈ) લીટી દોરી; તે તે તથા કર્ણના વર્ગનો સરવાળાનો કર્ણના છેડાથી સમાંતર લીટીના સામસામેના છેડાને સાંધનારી (વઈ તથા કડ) લીટીઓના વર્ગોના સરવાળા બરાબર થશે.

અવક  $\Delta$  માં  $અવર + અઈર = વઈર$  (પે. ૪૭) અને  $અડક \Delta$  માં  $અડર + અકર = કડર$  સરવાળો કર્યો. તે  $વઈર + કડર = અવર + અઈર + અડર + અકર$  પણ  $અવર + અકર = વકર$  અને  $અડર + અઈર = ડઈર$  છે.  $\therefore$   $વઈર + કડર = વકર + ડઈર$  એ સિદ્ધ.

**મનોયત્ન ૧૫૪ પ્રમેય.**—ત્રે એક (અવ) સાધારણ કર્ણ લીટી ઉપર (અવક તથા અવક) એ કાટખૂણું ત્રિકોણના એ કાટખૂણાને સાંધનારી (કડ) લીટી ઉપર કર્ણના એ છેડાથી (અઈ,

હક) લંબા દોર્યા, તે તે કાઠખૂણાથી તે લંબા સુધીના અં-  
તરના વર્ગોનો (કડર+ કફર=ડડર+ હફર) સરવાળો  
પરોપર થશે.

અડર+કડર=અકર તથા વકર+કફર =વકર (પે. ૪૭)  
∴ અકર+વકર=અડર+કડર+વકર+કફર =અવર તે  
મ. ૧૭ અવર= અડર+ડડર+વકર+ હફર. ∴ અડર+કડર+  
વકર+કફર=અડર+ડડર+વકર+ હફર. ∴ કડર+કફર =  
ડડર+હફર એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૫ પ્રમેય—જો (અવક) ત્રિકોણના ત્રણ ખૂ-  
ણાથી તેની સામેની ખાજી ઉપર લંબદોરમાં તેમાં જો (ગ) ખાજી  
દૂર છેલ્લે, ત્યાંથી (વક) પાયાના છેદા સુધીના (વગર-ક  
ગર) અંતરના વર્ગોની ખાદખાકી એ ખાજીમાંથી (અવર-વકર  
વર્ગોની ખાદખાકી પરોપર છે.

અવક Δ માં અવર. અકર=વડર—કડર અને વકર Δ  
માં વગર—કગર=વહર—કહર (મ. ૧૪૯) ∴ અવર-અકર=વ  
ગર—કગર એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૬ પ્રમેય—જો (અવક) ત્રિકોણનો એક (અ)  
ખૂણો કાઠખૂણો હશે, તે તેની એ ખાજીમાં તે દૂબાળીને તેની સામે  
ના ખૂણા સાંધનારી (વડ તથા કફ) લીટીમાંના વર્ગોના સ-  
રવાળાની એ ગણાઈ, (વક) કહ્યુંના વર્ગની પાંચ ગણાઈ પરોપર થશે.

અવર + અઈર = વડર, અને અકર + અફર = કફર (પે. ૪૭)  
 ∴ વડર + કફર = અવર + અઈર + અકર + અફર પણ અવર + અ  
 કર = વકર ∴ વડર + કફર = વકર ∴ અઈર + અફર ∴ આને  
 ચારે યુદ્ધા તો ૪ વડર + ૪ કફર = ૪ વકર + ૪ અઈર +  
 ૪ અફર, પણ ૪ અઈર = અકર અને ૪ અકર = અવર છે. ∴ ૪  
 વડર + ૪ કફર = ૪ વકર + અકર + અવર = ૫ વકર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૭ પ્રમેય—જો (અવક) એક સમદ્વિ આશુ  
 ત્રિકોણના પાયાના (ક) કોણથી સામેની આશુ ઉપર (કડ)  
 લંબ ડાંચો, તો પાયા તરફના તે આશુના (અઈ) ખંડનો વ  
 ર્ગ તથા બીજા (વડ) ખંડના વર્ગની ગુણાક્રમાં તે (કડ) લં  
 બના વર્ગની ગુણાક્ર મેળીએ તો તે ત્રિકોણની ત્રણે (અવ, અ  
 ક તથા વક) આશુઓના વર્ગોના સરવાળા બરાબર છે.

જડક Δ માં વકર = વડર + કડર (પે. ૪૭) અને વક = અવ  
 છે. ∴ અવર = વડર + કડર. વકર + અવર = ૨વડર + ૨કડર એ  
 ∴ અકડ Δ માં અકર = અડર + કડર ∴ અવર + વકર + અકર  
 = અડર + ૨વડર + ૩કડર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૮ પ્રમેય—કોણ (અવકોડ રાશ્વસ) લેઝિત્ર  
 આકૃતિની ચારે આશુના વર્ગોનો સરવાળો તેના બે (અકર  
 તથા વડર) કોણના વર્ગોના સરવાળા બરાબર છે.

∠અવઈ = ∠ઈકડ, ∠વઅઈ = ∠ઈકડ (પે. ૨૯) અને અવ = કડ  
 ∴ અઈ = ઈક અને વઈ = ઈક (પે. ૨૯). વળી અવઈ તથા અ

હઈ△માં અવ = અઈ, વઈ = ઇઈ (ઉ. પ્ર.) અને અઈ સાધારણ.  
 $\angle$ અઈવ =  $\angle$ અઈડ (પે. ૮)  $\therefore \angle$ અઈવ કાઠખૂણા (બ્યા. ૧૦)  
 અને તેજ પ્રમાણે ઈ આગળના સઘળા ખૂણા કાઠખૂણાછે.  
 અવરે = અઈરે + વઈરે અને લેઝિઝની સઘળી બાજુઓ બરાબરછે  
 માટે અવરે + વકરે + કહરે + અડરે = ૪અવરે = ૪અઈરે + ૪વઈરે  
 પણ ૪અઈરે = અકરે અને ૪વઈરે = વહરે  $\therefore$  અવરે + વકરે + કહરે  
 + અડરે = અકરે + વહરે એ સિદ્ધ.

મોતીયત્વ ૧૫૮ પ્રમેય—એક (અવકહ) ચારસમાં કાપ (ઈ)  
 પિંદુથી તેના ખૂણા સુધી (ઈઅ, ઈવ, ઈક, ઈડ) લીટીઓ દોરી  
 અને તેની બાજુઓ ઉપર (ઈગ, ઈફ, ઈલ, અને ઈહ) લંબ  
 દોરી; તો પેટેલી ચાર લીટીઓના વર્ગોનો સરવાળો ખીજી  
 ચારના વર્ગોના સરવાળા કરતાં (અઈરે + વઈરે + કઈરે + હઈરે =  
 ૨(ગઈરે + ફઈરે + લઈરે + હઈરે) બમણો થયે; અને વળી તેવા સર  
 વાળા ચારસના મધ્ય પિંદુએ આઠામાં આછા થયે.

અક તથા વહ એ કરણો દોર, તો ચારસના બે કરણો બરા  
 બરછે અને તે એક બીજાને દબાવે. હવે વઈરે = ઈલરે + વલરે  
 કઈરે = ઈલરે + કલરે, હઈરે = ગઈરે + હગરે, અઈરે = ગઈરે +  
 અગરે, ( પે. ૪૭ )  $\therefore$  સરવાળો કર્યો, તો વઈરે + કઈરે  
 + હઈરે + અઈરે = ૨ઈલરે + ૨ગઈરે + ૨વલરે + ૨કલરે + ૨હગરે + ૨અગરે  
 પણ વલ = અગ = ઈફ અને કલ = હગ = હહ (પે. ૩૪)  $\therefore$  વલરે +  
 અગરે = ૨ઈફરે અને કલરે + હગરે = ૨હઈરે  $\therefore$  વઈરે + કઈરે + હઈરે

+અહરે = ૨ ઇલરે + ૨ ગઈરે + ૨ ફકરે + ૨ હઈરે એ સિધ્ધ.

હવે જો રૂના ખટલામાં (પે કરણોનું) છેદના બિંદુ ચોરસનું મધ્ય બિંદુ છે તે) મ બિંદુ લીધું, તે મધ્ય દરેક આજીઉપર મન, મસ, મવ અને મર લખ દોર્યા તે મનરે + મસરે + મવ + મરરે કરતાં ઇલરે + ઇહરે + ઇગરે + ફકરે વધારે થશે. વપ સાંધ. મધ્ય દરેક આજી ઉપર દોરેલા લખ બરોબર છે. અને તે દરેક ચોરસની આજીના અર્ધની બરોબર છે. મન + મનરે = મસરે અને લંબમપ કાઢખૂણા છે. વપ કરતાં મસ નાની છે. વપરે કરતાં મસરે નાનો છે અને વપરે = પફરે + વફરે, પણ લંબ અપ = લંબકબ (પે. ૫) અને લંબકચ = લંબપફ (પે. ૨૯). લંબઅપ = લંબપફ. અફ = પફ (પે. ૬) અને અફ = ગઈ (પે. ૩૪). પફ = ગઈ. વપરે = ઇલરે (= વફરે) + ગઈરે. મન + મનરે કરતાં ઇલરે + ગઈરે વધારે અથવા ઇલરે + ગઈરે કરતાં મનરે + મવરે નાનો છે અને એજ પ્રમાણે ઇહરે + ફકરે કરતાં મસરે + મરરે નાનો છે. ઇલરે + ગઈરે + ઇહરે + ફકરે કરતાં મનરે + મસરે + મવરે + મર નાનો છે. એજ પ્રમાણે મધ્ય બિંદુ આ ગળધા દોરેલી લીટીઓના વર્ગોનો સરવાળો હમીશ ખીજા કોઈ પણ બિંદુથી દોરેલી લીટીઓના વર્ગોના સરવાળા કરતાં નાનો થશે એ સિધ્ધ.

મનોવત્ત ૧૬૦ પ્રમેય—પહેલા સ્કંધની ૪૭ પ્રતિસાની આ કૃતિમાં—



(મ)—અવ તથા અક ઉપરના ચારસોમા ફઅ,અમ કહ્યાની સાંધી લીટી થશે.

(વ)—ન્નેફડ,મડ સાંધીએ તો વડફતથા કઈમ બંને ત્રિકોણના પાયા આગળના ચારેખૂણાનું માપ એક માટખૂણા બરાબરછે.

(ક)—ન્ને ત્રગ અને કઈ સાંધીએ તો તેઓ સમાંતર થશે.

(ડ)—ન્નેફ અને મથા વકના વધારા ઉપર ફન, મપ લંબ દોર્યા; તો તે બેનો સરવાળો વકના બરાબર થશે; અને વકના વધારેલા બંને બાજુ બરાબર થશે.

(ઈ)—ન્ને ગહ,મડ,ફડ સાંધીએ તો એ ત્રણ ત્રિકોણો થશે તે અવક ત્રિકોણની બરાબર થશે.

(ફ)—ગહ,મડ તથા ફડના વરગોનો સરવાળો વકના વર્ગ બરાબર થશે.

(ગ)—અવ અને અકના વરગોની બાદબાકી અડ તથા અઈના વરગોની બાદબાકી બરાબર છે.

(અ)— $\angle$ ફઅવ +  $\angle$ મઅક = એક કાટખૂણુંછે. કારણ કે તે દરેક અરધી કાટખૂણુંછે.(ચારસની કહ્યું લીટી તેના ખૂણાને દૂબાગેછે) અને  $\angle$ વઅફ કાટખૂણુંછે.  $\therefore \angle$ ફઅવ +  $\angle$ મઅક = એક કાટખૂણુંછે. કમ અખંડ સીધી લીટીછે (પે.૧૪)એ સિધ્ધ.

(બ)— $\angle$ અવફ +  $\angle$ કવડ = એ કાટખૂણું, કારણ કે તે દરેક કાટખૂણુંછે. અને વ આગળના સઘળા ખૂણાનું માપ ચાર કાટખૂણા બરાબરછે (પે. ૧૩) માટે બાકીના  $\angle$ ફવડ +  $\angle$ અવક = એ કાટખૂણુંછે, અને  $\angle$ ફવડ +  $\angle$ વફડ +  $\angle$ વડફ = ૨ કાટ

ખૂણાં છે (પે. ૩૨) માટે  $\angle$ અવક =  $\angle$ વફડ +  $\angle$ વડફ અને એ પ્રમાણે  $\angle$ અકવ =  $\angle$ કમડ +  $\angle$ કડમથથે. અને અવક  $\triangle$ ના  $\angle$ અવક +  $\angle$ અકવ = એક કાઠખૂણાં છે (પે. ૩૨).  $\therefore \angle$ વફડ +  $\angle$ વડફ +  $\angle$ કમડ +  $\angle$ કડમ = એક કાઠખૂણાં છે એ સિદ્ધ.

(ક) —  $\angle$ વગક =  $\angle$ ગકહ; કારણ તે અરધા કાઠખૂણા અરધા છે માટે વગ તથા કહ સમાંતર (પે. ૨૭) એ સિદ્ધ.

(ડ) — વડ ને સમાંતર અલગ માટે ર આગળનો દરેક ખૂણા કાઠખૂણા માટે અવર તથા વનક  $\triangle$  માં વફ = અવ,  $\angle$ વનક =  $\angle$ વરઅ અને  $\angle$ અકવ =  $\angle$ કવસ (પે. ૨૯) =  $\angle$ ફવન (પે. ૧૫). વફન =  $\angle$ અવર, વન = અર અને ફન = વર (પે. ૨૬) અને તે પ્રમાણે પમ તથા અરક  $\triangle$  એક ૩૫, માટે કપ = અર અને મપ = કર માટે વન = કપ અને ફન + મપ = વર + કર = વક એ સિદ્ધ.

(ઈ) — અવક તથા ગઅહ  $\triangle$  માં અવ = અગ, અક = અહ અને  $\angle$ વઅક =  $\angle$ ગઅહ (પે. ૧૫) માટે અવક  $\triangle$  = ગઅહ  $\triangle$  (પે. ૪) હવે વફ તથા કમ ને વધારી અને તેની ઉપર ડ તથા ઈ થાડસ તથા ઈટ લંબ કર્યાં (પે. ૧૨) તો અવક તથા વડસ  $\triangle$  માં વડ = વડ,  $\angle$ વસડ =  $\angle$ વઅક અને  $\angle$ ડવસ +  $\angle$ કવસ =  $\angle$ અવક +  $\angle$ કવસ કારણ કાઠખૂણા છે માટે  $\angle$ ડવસ =  $\angle$ અવક માટે અવક  $\triangle$  = ડવસ  $\triangle$  એક ૩૫ (પે. ૨૬) માટે વસ = અવ = વફ માટે ડવફ  $\triangle$  = ડવસ  $\triangle$  (પે. ૩૮) પણ ડવસ  $\triangle$  = અવક  $\triangle$  (ઉ. પ્ર.) માટે ડવફ  $\triangle$  = અવક  $\triangle$ ; અને એ પ્રમાણે અવક  $\triangle$  = કડમ  $\triangle$  માટે અવક  $\triangle$  = કડમ  $\triangle$  = ડવફ  $\triangle$  = ગઅહ  $\triangle$  એ સિદ્ધ.

(ફ) — અવક તથા ગઅહ $\Delta$ એકરૂપ છે (પમો રૂમા પ્રકાર) તથા ગહર = વકર અને વસડ $\Delta$  = અવક $\Delta$  = કટર $\Delta$  છે માટે અવ = વસ = ટર અને અક = ડસ = કટ છે તેમજ વફ = વસ તથા કમ = કટ છે માટે સફર = ૪વસર = ૪અવર તથા ટમર = ૪કટર = ૪અકર છે અને ફડર = સફર + ડસર (પે. ૪૭) તેમજ રમર = ટમર + ડટર અથવા ફડર = ૪અવર + ૪અકર અને રમર = ૪અકર + ૪અવર માટે ફડર + રમર = ૪અવર + ૪અકર = ૪વકર અને ગહર = વકર છે માટે ફડર + રમર + ગહર = ૬ વકર એ સિદ્ધ.

(ગ) — અવક $\Delta$ માં અર, પાયા ઉપર લાગે છે, માટે અવર. અકર = વરર. રકર (મ. ૧૪૯) તેમજ અડર $\Delta$ માં અલ લાગે છે માટે અડર. અર = ડલર. લર પણ વર = ડલ તથા રક = લર છે (પે. ૩૪); માટે અવર. અકર = અડર. અર એ સિદ્ધ.

મનોપલ ૧૬૧ પ્રમેય — ને એક (અવક) ત્રિકોણની બે (અવ, અક) બાજુઓ ઉપર (વફ, કડ) બે સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ કરીએ તેઓનો સરવાળો; ત્રિજી (વક) બાજુ ઉપર તે તથા ત્રિકોણની બે બાજુઓને દોરેલી (ગફ, રડ) સમાંતર લીટી એ વધારવાથી ને (પ) બિંદુએ મળે, તે અને ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ એઓને સાંધતા રી (અપ) લીટી નેટલી બાજુથી ને (વમ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ થાય તેની બરાબર થશે.

(આ પ્રતિષ્ઠાની સિદ્ધતા પહેલા સંધની કલમ ૨૧૩ માં લ

ખીંછે તો પણ સ્પષ્ટ નિચે દાખલ કીધી છે.

અપને વધાર તે વક ને લ આગળ મળશે. વ તથા કંથા પલને સમાંતર વહ તથા કમ દાર (પે. ૩૧) તે ગફ તથા ડડ ને હ તથા મ આગળ મળે ત્યાંમુધી રાખ તો અવહપ તથા અકમપ સમાંતર આશુચો ખૂલ્યથશે. અવગફ = અવહપ (પે. ૩૫) તેઓનો અવ એકજ પાયા છે તેમજ અક પાયા ઉપરના અક ડડ = અકમપ. વગી અપ = વહ = કમ (પે. ૩૪) માટેકવ = હમ અને સમાંતર (પે. ૩૩) માટે અવહપ = અહવલ તેઓ વહ પાયા ઉપર છે તેજ પ્રમાણે અકમપ = અલકમ તેઓ કમ પાયા ઉપર છે. અવગફ + અકડડ = અહવલ + અલકમ = હવકમ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૬૨ પ્રમેય—જો કોઈપણ એક (અવક) ત્રિકોણને 1 એક (અ) ખૂણા કાઢખૂણો અને ખીંછે (ક) કાઢખૂણા તો એ તૃતિઆંશ હોય તો એ બાજુઓ ઉપરના સમબાજુ ત્રિકોણ નો સરવાળો, ફર્ણ ઉપરના સમબાજુ ત્રિકોણની બરાબર થશે.

કડ તથા અફ સાંધ, ફ તથા અયા વક ઉપર અન તથા કમ લખ કર (પે. ૧૨). ફન તથા અમ સાંધ. હયા અવ ઉપર ડગ લખ કર. ગમ તથા ગક સાંધ. તો વકડ તથા વઅફ  $\Delta$  માં વક = વફ, વડ = અવ અને  $\angle$  અવક =  $\frac{2}{3}$  કાઢખૂણો અને  $\angle$  અવડ તથા  $\angle$  કવફ =  $\frac{2}{3}$  કાઢખૂણો, માટે  $\angle$  અવડ +  $\angle$  અવક =  $\angle$  કવડ =  $\angle$  કવફ +  $\angle$  અવક =  $\angle$  અવફ એ દરેક કાઢખૂણા છે. કવડ  $\Delta$  = અવફ  $\Delta$  એક ૩૫ (પે. ૪) અને અવ ઉપર વક ત

યા અકલંબ છે માટે તેઓ સમાંતર છે (પે. ૨૮)  $\therefore$  અવક $\Delta$   
 $=$  કવક $\Delta$  (પે. ૩૭) તે બંનેમાંથી વહક $\Delta$  બાદ કર્યા, તો બાકી  
 અવહ $\Delta =$  કવહ $\Delta$  અને વક ઉપર અને તથા કમ લંબ દોર્યા  
 છે માટે તેઓ સમાંતર છે  $\therefore$  અમક $\Delta =$  નમક (પે. ૩૭). એ  
 બેમાંથી હમફ બાદ કર્યા તો બાકી અમહ $\Delta =$  નહક $\Delta$  તો અ  
 વહ $\Delta$ -અમહ $\Delta =$  અવમ $\Delta =$  કવહ $\Delta$ -હનક $\Delta =$  કનક $\Delta$ ; એ  
 ને વકફ તથા અવહ સમબાજુ $\Delta$ માં વક તથા અવ પાયા ઉ-  
 પરફ તથા ડચી લંબ દોર્યો છે, માટે તેઓ મતથા ગ બિંદુએ  
 તેમને દુભાગશે  $\therefore$  અવમ $\Delta =$  અગક $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક $\Delta$  (પે. ૩૮)  
 $\therefore$  કનક $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક $\Delta$   $\therefore$  વકફ $\Delta$ -કનક $\Delta =$  વનક $\Delta =$   
 કવહ $\Delta$ -કગવ $\Delta =$  હવસ $\Delta$ +સગક $\Delta$ ; પણ વક તથા અવ,  
 મ તથા ગ બિંદુએ દુભાગાય છે  $\therefore$  ગમ તથા અક સમાંતર છે  
 અને ગ આગળના ખૂણા કાટખૂણા છે, માટે હગ તથા ગમ  
 એક સીધી લાંબી છે (પે. ૧૪)  $\therefore$  અગક $\Delta =$  અહક $\Delta$  (પે.  
 ૩૭). તે બંનેમાંથી અસક $\Delta$  બાદ કર્યા તો સગક $\Delta =$  અહસ  
 $\Delta$   $\therefore$  હવસ $\Delta$ +સગક $\Delta =$  હવસ $\Delta$ +અહસ $\Delta =$  અહવ $\Delta$   $\therefore$   
 વનક $\Delta =$  અહવ $\Delta$

હવે અવક કાટખૂણા ત્રિકોણ છે અને અ મ પાયાના મધ્ય સુ  
 ધી દોરેલી છે તો અમ $=$ કમ છે. (મ. ૩૨) અને  $\angle$ અકવ  
 $= \frac{1}{2}$  કાટખૂણા આપેલો છે, તો  $\angle$ કઅમ $= \frac{1}{2}$  કાટખૂણા (પે. ૫)  
 અને તથા બાકીનો  $\angle$ અમક $= \frac{1}{2}$  કાટખૂણા રહેશે (પે. ૩૨)  $\therefore$   
 અમક $\Delta$  સમબાજુ છે (પે. ૬). તેમજ અક ઉપર અકહ  
 $\Delta$  સમબાજુ કરેલો છે, માટે અકહ $\Delta =$  અમક $\Delta$  (પે. ૮). અને  
 અમક $\Delta =$  કનક $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક $\Delta$   $\therefore$  અકહ $\Delta =$  કનક $\Delta$   $\therefore$   
 અવહ $\Delta$ +અકહ $\Delta =$  વનક $\Delta$ +કનક $\Delta =$  વકફ $\Delta$  એ સિદ્ધ.

## પૂરવણી.

મનોયત્ર ૧ પ્રમેય—જે (કડક તથા કડક) ગાળ એક બાળને છે; તે તેમાંના ક્રિદન (બિંદુને સાંધનારી (કડ) લીટી જે મંચ બિંદુને સાંધનારી (અં) લીટી ઉપર લંબ છે.

અવક તથા અવડ  $\Delta$  માં અક = અડ, વક = વડ (૦. યા. ૧૫). અને અં સાધારણ.  $\angle$  અવક =  $\angle$  વવડ (પે. ૮) અને અડન, અકન  $\Delta$  માં અક = અડ,  $\angle$  નઅક =  $\angle$  નઅડ (ઉ. પ્ર.) અને અં સાધારણ.  $\angle$  અનક =  $\angle$  અનડ (પે. ૪). કડ ઉપર અં લંબ છે (૦. યા. ૧૦)  $\therefore$  અં ઉપર કડ લંબ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ર ૨ પ્રમેય—(૧) એક આપેલા (ક) બિંદુથી આપેલી (અં) લીટી ઉપર દોરેલી (કડ) લંબ લીટી બીજી સમ્બંધી કરતાં નહાળી થશે; (૨) અને લંબ પાસેની (કડ) લીટી તેનાથી દૂરની (કફ) કરતાં નહાળી થશે; (૩) અને તે બિંદુથી ફક્ત એક (કર્ગ) અને કડ) ગરોળર લીટીઓ દોરાશે; અને તે ગરોળર લીટીઓમાંની દરેક નાહાળામાં નાહાળી વિરુદ્ધ પ્રાપ્ત્યુએ થશે.

(૧)  $\angle$  કડક ડાઠપૂણી છે તથા  $\angle$  કડક સાંકડો (પે. ૩૨) માટે કડક કડ નાહાળી છે (પે. ૧૦). તેમજ કફથી પણ નહાળી છે.

(૨)  $\angle$  કડક તથા  $\angle$  કડક માટે છે. (પે. ૧૬) માટે તે પોતાની પૂણી છે માટે  $\angle$  કફક સાંકડો છે. કફથી કડ નહાળી છે એજ પ્રમાણે કાર્ગ પણ લંબથી દૂરની લીટી પાસેની લીટી કરતાં માટી છે.

(૩) ધાર કે ક થી બે કરતાં વધારે કર્ગ = કડ = કફ

છે તો કયા કહ લખકર. (પે. ૧૨) તો કફથી કહ નાહાનીછે (ઉ. પ્ર) એ અશક્ય, માટે એ કરતાં વધારે બરોબર થઈ શકતી નથી. અને પ્રત્યક્ષે કે એજ પ્રમાણે લખતો એકજ તરફની એ લીટીઓ બરોબર થશે નહીં એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૩ કૃત્ય—આપેલાં એ બિંદુમાં થઈને જાય એવો એક ગોળ દોરવો, કે જેનું મધ્ય બિંદુ એક આપેલી લીટીમાં થાય. સિદ્ધતા—મનોયલ ૨૩ પ્રમાણે કરવાથી થશે.

મનોયલ ૪ કૃત્ય—એક (અબકડ) ચોરસ એવો કરવો કે એક આપેલી (વંડ) લીટી તેની કુલ થાય.

સાધન—આપેલી (વંડ) ને ૬ બિંદુએ દૂબાગ (પે. ૧૦) રાખી વંડ ઉપર રાખી લંબ કર (પે. ૧૧). રાખી રાખી = રાખી રાખી (પે. ૩). અર્થાત્ તથા હ સાધ, અર્થ તથા અર્થને તથા હ થી વક તથા હક સમાંતર દોર (પે. ૩૧) એટલે કરવાનો અબકડ ચોરસ થશે.

સિદ્ધતા—અર્થ, અર્થ $\Delta$ માં વર્થ = ર્થ  $\angle$ અર્થ =  $\angle$ અર્થ (આ. ૨૨.) અર્થ સાધારણ  $\therefore$  અર્થ = અર્થ (પે. ૪). અને ર્થ = ર્થ અ = ર્થ માટે  $\angle$ અર્થ = કાટખૂણા. (મ. ૩૨) તેમજ અર્થ = કડ, અર્થ = વર્ક,  $\angle$ વર્ક =  $\angle$ અર્થ = કાટખૂણા તથા  $\angle$ અર્થ =  $\angle$ અર્થ હક = કાટખૂણા (પે. ૩૪) માટે અર્થ = અર્થ = કડ = વર્ક.  $\therefore$  અર્થ કડ ચોરસ છે એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૫ પ્રમેય—એક (અર્થ) ત્રિકોણમાં એક(અ) ખૂણા કાટખૂણા છે, તેની એક (અર્થ) બાજુમાં(ર્થ)બિંદુ એ અને

તેના સામેનું (ક) ખૂણુ બિંદુ સાંધનારી (ડક) લીટીમાંથી ખીજી (અક) જોડણી(ડક) રાખતાં બાકીની (કઈ) ના (ફ) દુભાગ બિંદુથી ખીજી (વ) ખૂણાને સાંધનારી (વફ), તથા તે મધ્ય બિંદુથી બાજુમાંના લીધેલા બિંદુ સુધીની (ડક) નો સરવાળો, તે ત્રિકોણની ખીજી બે (કઅ અને કવ) બાજુ-ઓના સરવાળા કરતાં વલે થશે.

વફ + કફથીવક નાનીછે (પે. ૨૦). એ બંનેમાં અક = ડક મળવી, તો વફ + કડ + ડકથી વક + અક નાની + વફ + ડકથીવક + અક નાનીછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬ પ્રમેય—કોઈપણ (અવક) ત્રિકોણની બે (અવ તથા અક) બાજુઓની બાદબાકી ખીજી (વક) કરતાં ના-હોતી છે.

ધાર કે અક કરતાં અવ ઓછી છે, તો અવમાંથી અક = અડ રાખ (પે. ૩). કડ સાંધ.  $\angle$ વકડથી  $\angle$ અડક ઓટા (પે. ૧૬). અને  $\angle$ અડક =  $\angle$ અકડ (પે. ૫).  $\therefore \angle$ વકડ થી  $\angle$ અક ડ ઓટા અને  $\angle$ અકડથી  $\angle$ કડવ ઓટા. (પે. ૧૬)  $\therefore \angle$ વકડથી  $\angle$ કડવ ઘણો ઓટા  $\therefore$  અવ—અક = વકડથી વક ઓટી (પે. ૧૯) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭ પ્રમેય—કોઈપણ (અવક) ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક (ડ) બિંદુએ મળશે.

$\angle$ અવક અને  $\angle$ અકવ ને દુભાગનારી વડ તથા કડ દોર (પે. ૯). તેઓ ડ બિંદુએ મળે ત્યાંથી અડ સાંધ તો તે



૮ બઅકને દૂભાગથે—

હ થા અવ, વક અને અક ઉપર હઈ, હક અ  
ને હગ લંબદોર ( પે. ૧૨). વહઈ તથા વહક $\Delta$ માં ૮વ  
હઈ = ૮વકહ. કાટખૂણું, ૮હવઈ = ૮હવક દૂભાગ છે. અને  
વહ સાધારણ છે. ∴ હઈ = હક ( પે. ૨૬). અને એજ પ્રમાણે  
હક = હગ ∴ હઈ = હગ, હવેઅહઈ તથા અહગ $\Delta$  માં અહ  
સાધારણ, હઈ = હગ (ઉપ. પ્ર.) અને ૮અહઈ = ૮અગઈ  
કાટખૂણું ∴ અઈ = અગ ( પે. ૪૭) તથા ૮હઅહ = ૮હઅગ  
( પે. ૪) ∴ ત્રણે ખૂણાને દૂભાગનારી એકજ બિંદુએ મળશે  
એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮ પ્રમેય—કોઈપણ (અવક) ત્રિશુભાગી ત્રણે બા  
જોએના દૂભાગ બિંદુથી દોરેલા લંબ એક(હ)બિંદુએ મળશે.

અવ તથા અકને હ તથા ગ એ દૂભાગ ( પે. ૧૦). અને  
ત્યાંથી હઈ અને ગહ લંબ કર ( પે. ૧૧). તેઓ હ આગળ  
મળશે. વક ને ફ આગળ દૂભાગ ( પે. ૧૦). અને હક સાધ.  
તા તે વક ઉપર લંબ થશે અહ, વહ તથા કહ સાધ. અહ  
હ તથા વહઈ $\Delta$ માં અઈ = વઈ, ૮અહઈ = ૮વહઈ (કાટખૂણું)  
અને હઈ સાધારણ માટે અહ = વહ ( પે. ૪). એજ પ્રમાણે અહ  
= કહ ∴ વહ = કહ ∴ વહક તથા કહક $\Delta$ માં વહ = કહ, વક =  
કક (ઉ. પ્ર.) અને કહ સાધારણ ∴ ૮વકહ = ૮કકહ ( પે. ૮). ∴ વક  
ઉપર દૂભાગ બિંદુએ હક લંબ છે ( બા. ૧૦) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯ પ્રમેય—કોઈપણ (અવક) ત્રિશુભાગી ત્રણે બા

જીઓને દૂભાગીને તેની સામના ખૂણાને સાંધનારી લીટીઓ  
એક (૬) બિંદુમાં યમને નથી.

અવ તથા અકને કઈ તથા વગ દૂભાગનારી (પે. ૧૦). ૬  
ખંડુએ મળે, ત્યાંથી અડ સાંધ, અને તે વકને ફ આગળ  
મળે ત્યાં સુધી વધાર, તો તેનેફ બિંદુએ દૂભાગશે.  
 $વકઈ\Delta = \frac{1}{2}અવક\Delta = વકગ\Delta$  (પે. ૩૮)  $\therefore$   $વકઈ\Delta = વ$   
 $કગ\Delta$  એ ખંનેમાંથી વઢક $\Delta$ ખાદ કર્યો તો વઢઈ $\Delta =$ કઢગ $\Delta$   
અને વઢઈ $\Delta =$ અઢઈ $\Delta$  તથા કઢગ $\Delta =$ અઢગ $\Delta$  ( પે. ૩૮ )  
 $\therefore$   $અવઢ\Delta =$ અકઢ $\Delta$ , અને તેઓનો અઢ પાચે સાધારણુછે  
માટે તે પરના કન = વમ લંગછે. (પે. ૩૯); હવે કફન તથા  
વકમ $\Delta$ માં  $\angle$ કફન =  $\angle$ વકમ ( પે. ૧૫);  $\angle$ કનફ =  $\angle$ વમફ  
(કારખૂણા) અને કન = વમ.  $\therefore$  વફ = કફ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોચત્ન ૧૦ કૃત્ય—એક આપેલા (અ) બિંદુથી આપેલી  
ત્રણ (અવ, અક અને અફ) લીટીઓ એવી રીતે દોરવી કે  
તેના છેડા એક સીધી લીટીમાં સરખે અંતરે થાય.

સાધન—અંથી આપેલી અક કર. અકને વધારી તેની = ક  
ઈ રાખ (પે. ૩). અફ, ફફ ( = અવ ) અને અઈનો એક  
ઠકઈ ત્રિકોણુ કર. (પે. ૨૨). કફ સાંધ, અને તેને વધારીને  
કફ = કવ રાખ ( પે. ૩). અવ સાંધ, તો તે આપેલી અવ,  
અક અને અફ સરખે અંતરે થશે.

અવક તથા કફઈ $\Delta$ માં વક = કફ, અક = કઈ (આ. ૨.)

અને  $\angle$ અકવ =  $\angle$ ફકઈ (પે. ૧૫)  $\therefore$  અવ = ફઈ (પે. ૪).  
 $\therefore$  અવ, અક, અને અફના છેડા એક સોધી લીટીમાં વક  
 = કાંત સરળે આંતરે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧ કૃત્ય—એક (અવક) સમદ્વિબાજી ત્રિકોણના  
 (વક) પાયાપર એક (વકફડ) દ્વિસમાંતર બાજુ એ બાજુ  
 એવા દોરવા કે તેની બાજુ (કફ, ફડ અને ડવ) ત્રણ બા  
 જુઓ અરસ્પરસ બરોબર થાય.

સાધન— $\angle$ અવક તથા  $\angle$ અકવને દ્વિભાગનારી વક તથા કડ  
 દોર (પે. ૯). ડફ સાંધ; તે કરવાનો વકફડ દ્વિસમાંતર  
 બાજુ એ બાજુ (ત્રાપિજન્યમ) થયે.

વકડ તથા વકફડમાં  $\angle$ ડવક =  $\angle$ વકફ,  $\angle$ ડકવ =  $\angle$ ફ  
 વક અને વક સાધારણ તે વકડ  $\triangle$  = વકફ  $\triangle$  (પે. ૨૬)  $\therefore$  વ  
 ક તથા ડફ સમાંતર (પે. ૩૯).  $\therefore \angle$ ડફવ =  $\angle$ ફવક (પે. ૨૯)  
 =  $\angle$ ફવડ (દ્વિભાગ છે).  $\therefore$  ડવ = ડફ (પે. ૬) અને એજ પ્રમા  
 ને ડફ = ફક.  $\therefore$  વડ = ડફ = ફક એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨ કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણના (વક) પાયા  
 ને એક ડઈ એની સમાંતર દોરવી, કે તે એની વચેના ત્રિકોણની  
 બાજુઓના (વડ તથા કઈ) ભાગના સરવાળા બરોબર તે થાય.

સાધન— $\angle$ અવક તથા  $\angle$ અકવને દ્વિભાગનારી વક તથા ક  
 ફ દોર (પે. ૯), તે એ ફ બિંદુએ મળે ત્યાંથી વક સાથે ડ  
 ફડ સમાંતર દોર; તે તે દોરવાની લીટી થયે.

સિદ્ધતા— $\angle$ ડવફ =  $\angle$ ફવક =  $\angle$ ડફવ (પે. ૨૯),  $\therefore$  ડવ

= ડફ (પે. ૧) એજ પ્રમાણે ફઈ = કઈ. ∴ વડ + કઈ = ડફ + ફઈ = ડઈ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩ કૃત્ય—એક (અવક) ત્રિકોણના (વક) પાયા ને એક(ડઈ)એવી સમાંતર દોરવી કે તે એવી વચેના ત્રિકોણ ની બાજુઓના (વડ તથા કઈ) બાગોની બાદબાકી બરોબર થાય.

સાધન—વક ને ગ સુધી વધાર અને  $\angle$ અકગ તથા  $\angle$ અવક ને દૂબાગનારી કફ અને વક બંને ક બિંદુએ મળે (પે. ૯) ત્યાંથી વક સાથે ફઈડ સમાંતર દોર, તે દોરવાની લીટી ડઈ થશે.

સિધ્ધતા— $\angle$ ડવક =  $\angle$ ફવક =  $\angle$ વકડ (પે. ૨૯). ∴ વડ = ડફ (પે. ૧) અને  $\angle$ કફ =  $\angle$ ફકગ =  $\angle$ કકઈ (પે. ૨૯) ∴ કઈ = ફફ (પે. ૧) માટે વડ + કઈ = ડફ + ફફ = ડઈ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪ પ્રમેય—કોઈ (અવકડ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાની (અક તથા વડ) કર્ણ લીટીએ એક ખીલને દૂબાગે છે. અડઈ તથા વકઈ  $\triangle$ માં અડ = વક (પે. ૩૪).  $\angle$ અડઈ =  $\angle$ કવઈ, અને  $\angle$ ડઅઈ = વકઈ (પે. ૨૯) માટે ડઈ = વઈ એ ને અઈ = કઈ (પે. ૨૯) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫ મું પ્રમેય—કોઈ (અવકડ) સમબાજુ ચોખ્ખા સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાણ છે અને તેની (અક તથા વડ) કર્ણ લીટીએ એક ખીલને કાઠખૂણે દૂબાગે છે.

અવક તથા અડક  $\triangle$ માં અવ = કડ, વક = અડ (આપેલી છે) અને અક સાધારણ માટે  $\angle$ વઅક =  $\angle$ અકડ; અને  $\angle$ અકવ =

∠કઅડ (પે.૮) માટે અવ તથા કડ અને વક તથા અડ સમાંતર (પે.૨૭) માટે અવકડ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા માટે અઈ = કઈ અને વઈ = ઢઈ (પૂ.મ.૧૪) માટે અડઈ તથા કડઈ Δમાં અડ = કડ, ઢઈ સાધારણ. અને અઈ = કઈ ∴ ∠અઈડ = કઈડ (પે.૮). ∴ ઇ પાસેના ખૂણા કાટખૂણા છે એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૧૬ પ્રમેય—કોણ (અવકડ) સમાંતર બાજુ ચોખ્ખાની (અક = વડ) ફર્ણલીટીઓ બરાબર છે. તે તે કાટખૂણા ચોખ્ખા છે.

અવક તથા અવડ Δમાં વક = અડ (પે. ૩૪) એવ સાધારણ, અને અક = વડ (આપેલી છે) ∴ ∠અવક = ∠વઅડ (પે. ૮) અને ∠અવક + ∠વઅડ = ૨ કાટખૂણા (પે. ૨૯) ∴ ∠અવક = અવક = કાટખૂણા ∴ અવકડ કાટખૂણા ચોખ્ખા છે એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૧૭ પ્રમેય—કોણ (અવકડ) ચોખ્ખા આકૃતિની (અક અને વડ) ફર્ણલીટીઓ એક બીજાને દૂભાગે છે, તે તે સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા છે.

અડઈ તથા વકઈ Δમાં અઈ = કઈ, ઢઈ = વઈ (આપેલી છે) અને ∠અઈડ = ∠વઈક (પે. ૧૫) ∴ ∠અડઈ = ∠કવઈ, અડ = વક (પે. ૪) ∴ અડ તથા વક સમાંતર (પે. ૨૭) ∴ અવ = કડ અને સમાંતર (પે. ૩૩) ∴ અવકડ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખા છે એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૧૮ કૃત્ય—એક (અવક) કાટખૂણા ત્રિજાણનો એક (અકવ) સાંકડો ખૂણો બીજા (અવક સાંકડા ખૂણા કરતાં) મમણો છે તે તે નહાતા ખૂણાના ત્રિભાગ કરવાનું.

સાધન— $\angle$ અવક =  $\angle$ અકવ છે. અને  $\angle$ અવક +  $\angle$ અકવ  
 = કાટખૂણો  $\therefore \angle$ અવક =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો તેના ત્રિભાગ કરવા, એ  
 ઠી કાટખૂણાના ૧૨ ભાગ કરવા માટે અવ સાથે  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો =  
 $\angle$ અવક કર. વક સાથે વધી  $\angle$ કવક =  $\angle$  કવક કર (પે. ૨૩),  
 અને  $\angle$ અવક ને વક સાથે દ્વિભાગ (પે. ૧૦) તો  $\angle$ અવકના ત્રિભાગ થશે.

સિદ્ધતા— $\angle$ અવક =  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો છે  $\therefore \angle$ અવક -  $\angle$ અવક =  
 $\angle$ કવક =  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો, અને  $\angle$ કવક =  $\angle$ કવક (આ. ૨.)  $\therefore$   
 બાકીનો  $\angle$ અવક =  $\frac{2}{3}$  કાટખૂણો તેને વક સાથે દ્વિભાગ થાય છે  $\therefore \angle$   
 અવક =  $\angle$ કવક =  $\angle$ કવક =  $\frac{1}{3}$  કાટખૂણો એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૧૯ પ્રમેય—એક (અવક) સમદ્વિબાજી ત્રિકોણના  
 બહારના (અકક) ખૂણાની બમણાઈ; એ કાટખૂણામાં તેનો  
 માથાનો (અવક) ખૂણો મળવીએ તેની બરાબર છે.

$\angle$ અકક =  $\angle$ અવક (પે. ૫); અને  $\angle$  અકક =  $\angle$ અવક +  $\angle$   
 અવક (પે. ૩૨)  $\therefore 2 \angle$ અકક =  $2 \angle$ અવક +  $2 \angle$  અવક  
 પણ  $2 \angle$ અવક =  $\angle$ અવક +  $\angle$ અકક અને  $\angle$ અવક +  $\angle$  અકક  
 +  $\angle$ અવક =  $2$  કાટખૂણો (પે. ૩૨)  $\therefore 2 \angle$ અકક =  $2$  કાટ  
 ખૂણો +  $\angle$ અવક એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૨૦ પ્રમેય—(૧) જો એક (અવક) પાયા ઉપર (અવક)  
 સમદ્વિબાજી અને (અવક) સમદ્વિબાજી ત્રિકોણ હોય અને તે  
 માંના મળેલા ત્રિકોણનું શિશ બિંદુ બહારના ત્રિકોણના ખૂણા  
 શિશ બિંદુથી સરખે અંતરે હોય, તો સમદ્વિબાજી ત્રિકોણના  
 પાયાનો ખૂણો માથાના ખૂણાનો ટીકાથે, (૨) પણ તેમ બહારનો

(અવક) સમદ્વિયાનુ અને માંહેનો (કવક) સમયાનુ ત્રિકોણ હશે, તો સમદ્વિયાનુના પાવાનો ખૂણો માથાના ખૂણાનો  $2\frac{1}{2}$  થશે.

(૧) અવક તથા વકક  $\triangle$  માં અવ = વક, અક = કક (આપેલી છે) અને વક સાધારણ  $\therefore \angle$  અવક =  $\angle$  વકક (પે. ૮) તેમજ  $\angle$  વકક =  $\angle$  અકક. હવે વકને વધાર તો  $\angle$  અવપ +  $\angle$  વઅપ =  $\angle$  વપક =  $3\angle$  વકક અને  $\angle$  કપક +  $\angle$  પકક =  $\angle$  કકક (પે. ૩૨) =  $4\angle$  વકક  $\therefore \frac{1}{4}\angle$  વકક =  $\angle$  વકક એ સિદ્ધ.

(૨) અવક સમદ્વિયાનુ અને કવક સમયાનુ ત્રિકોણ છે. તેમાં અક = વક = કક છે.  $\therefore \angle$  અવક =  $\angle$  વઅક અને  $\angle$  અકક =  $\angle$  કઅક (પે. ૫) અવક અને અકક  $\triangle$  માં અવ = અક, વક = કક, અને અક સાધારણ માટે  $\angle$  વઅક =  $\angle$  કઅક (પે. ૮)  $\therefore 2\angle$  અવક =  $2\angle$  અકક =  $\angle$  વઅક, હવે વકને વધાર તો  $\angle$  અવપ +  $\angle$  વઅપ =  $\angle$  વપક =  $1\frac{1}{2}\angle$  વઅક અને  $\angle$  કપક +  $\angle$  પકક =  $\angle$  વકક (પે. ૩૨) =  $\angle$  કઅક =  $2\angle$  વઅક  $\therefore 2\frac{1}{2}\angle$  વઅક =  $\angle$  અવક એ સિદ્ધ.

મનોરથન ૨૧ પ્રમેય—એક (અવક) કાટખૂણ ત્રિકોણના બે સાંકડા ખૂણામાંનો એક (વ) ખીળ (ક) કરતાં ખમણો છે તો નાહના ખૂણા સામગ્રી (અવ) માનુ, કર્ણ (વક) કરતાં અરધી થશે.

$\angle$  ક +  $\angle$  વ = કાટખૂણો છે (પે. ૩૨). અને  $\angle$  વ =  $2\angle$  ક છે  $\therefore \angle$  ક =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો અને  $\angle$  વ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો છે.  $\therefore \angle$  અવ માટે અથવા  $\angle$  વ =  $\angle$  વઅક કર (પે. ૨૩)  $\therefore \angle$  વ =  $\angle$  વઅક =  $\angle$  અકવ =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો  $\therefore$  અવક  $\triangle$  સમયાનુ છે (પે. ૬) અને  $\angle$  વઅક -  $\angle$  વઅક =  $\angle$  કઅક =  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણો  $\therefore$

$\angle$ અકઢ =  $\angle$ કઅડ. : અડ = કઢ (પે. ૬). : અવ =  $\frac{૧}{૨}$ વકઝ (સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૨૨ પ્રમેય—કોઈ (અવકઢ) ચોરસના દરેક ખૂણા પિંડુથી સરખે અંતર પિંડુલખનિતે સાંધનાય (ઈફમન) ચોરસ થશે.

અહીં તથા વડફ  $\triangle$  માં અઈ = વફ, અન = વઈ (આ. ૨.) અને  $\angle$ નઅઈ =  $\angle$ વફ તથા  $\triangle$  માં નઈ = વફ.  $\triangle$  અનઈ =  $\angle$  વડફ તથા  $\angle$  અઈન =  $\angle$  ફવ (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે નઈ = નમ = મફ તથા  $\angle$  અઈન + અનઈ = ૧ કાટખૂણા (પે. ૩૨) પણ  $\angle$  અનઈ =  $\angle$  ફવ. :  $\angle$  અઈન +  $\angle$  ફવ = કાટખૂણા. પણ  $\angle$  ફવ +  $\angle$  ફડન +  $\angle$  અઈન = ૨ કાટખૂણા (પે. ૧૩) માટે  $\angle$  ફડન = ૧ કાટખૂણા એજ પ્રમાણે  $\angle$  ફફમ,  $\angle$  ફમન અને મનઈ = ૧ કાટખૂણા છે માટે ફફમ / ચોરસ છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૨૩ પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણના પાયા તરફ ના એ ખૂણામાંનો એક (વ) ખાળા (કે) કરતાં અમળો છે તે ના માથાના ખૂણાયા પાયા પર અડ લંબ દોરીએ; અને નાના (કે) ખૂણા સામગી (અવ) ખાળામાંના (જે વ ખૂણા પોતાના ખૂણા હોય તે) માથેથી તેગી બેસી પર (વડ = વઈ) રાખીને તે તથા લંબના (ડ) છેડાને સાંધનારી એકને અડતાં સુધી (ડઈફ) દોરી તે લંબથી તે ખાળા સુધી અડનારી ફડ તથા તે ખાળાના તેથી થએલા (ફઅ અને ફક) ભાગ પરસ્પર બેસી પર થશે.

ધાર કે  $\angle$  વપોહોળો ખૂણા છે એગી = ૨  $\angle$  કછ. વડ = વઈ (આ. ૨.) માટે  $\angle$  વડઈ =  $\angle$  વઈઈ (પે. ૫) અને  $\angle$  વડઈ +  $\angle$  વઈઈ =  $\angle$  ફવક (પે. ૩૨) માટે ૨  $\angle$  વડઈ =  $\angle$  ફવક = ૨ અકવ માટે



∠ફડક = ∠ ડકફ માટે ફડ = ફક (પે. ૧) અને ∠ અડક = કાટપૂણી તથા ∠ફડક = ∠ડકફ માટે ∠અડક = ∠ડઅફ (પે. ૩૨) માટે ફડ = ફઅ (પે. ૬) માટે ફડ = ફઅ = ફક એ સિદ્ધ.

(૨) ધાર કે ∠વ સાંકડો છે. જેની = ૨ ક છે, વડ = વઈ (આ. ૨.) માટે ∠વઈડ + ∠વડઈ (પે. ૫) = ∠ફડક (પે. ૧૫) વળી ∠વઈડ + ∠વડઈ = ∠અવક માટે ∠ અવક = ૨∠ફડક = ૨ ∠ડકફ માટે ફડ = ફક (પે. ૫); અને ∠અડક = કાટપૂણી તથા ∠ફકડ = ∠કડફ માટે ∠ફડઅ = ∠ડઅફ (પે. ૩૨) માટે ફડ = ફઅ (પે. ૬) = ફક એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૨૪ પ્રમેય—૨૩મા મનોયત્નની આકૃતિમાં બમણો (વ) પૂણી ને પહેળો અથવા સાંકડો હશે તો નહાના પૂણી સામેની (અવ) બાજુ તે પ્રમાણે પાયાના ખંડોના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરાબર થશે.

(૧) ખંડે આકૃતિમાં અવ ઉપર અથા અગ લંબકર (પે. ૧૧) તે ફક ને ગ આગળ મળશે. ∠અડક = ∠વડઈ + ∠અડક = કાટપૂણી; અને ∠વડઈ = ∠અડગ માટે ∠અડગ + ∠અડક = કાટપૂણી અને ∠અડગ + ∠ અગઈ = કાટપૂણી માટે ∠અડગ = ∠અગઈ માટે અડ = અગ (પે. ૬) હવે અગઈ તથા અકડ Δમાં અગ = અડ, ∠અગ = ∠ અડક અને ∠અકડ = ∠અડગ. ∴ અઈ = કડ અને વઈ = વડ રાખેલી છે માટે અઈ + વઈ = અવ = કડ + વડ એજ પ્રમાણે અઈ - વઈ = કડ - વડ એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૨૫મું પ્રમેય—કોઈ (અવક) ત્રિકોણની બે (અ

વ, અક) બાજુઓનાં દૂભાગ, ત્રિભાગ ધત્યાદી કોષ્ટ પણ સરખા ભાગ બિંદુને સાંધનારી (કઈ) પાયા સાથે સમાંતર થશે. વડ તથા કડ સાંધ તો વકડ  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક  $\Delta$ , અને વકડ  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક  $\Delta$  (પે. ૩૮)  $\therefore$  વકડ  $\Delta =$  વકડ  $\Delta$   $\therefore$  વક તથા કઈ સમાંતર (પે. ૩૯) અને જો ક તથા ક ત્રિભાગ બિંદુ થશે તો વકડ અથવા વકડ  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક ત્રિકોણ થશે અને તેજ પ્રમાણે કોષ્ટ પણ ભાગને માટે થશે, માટે કોષ્ટ પણ સરખા ભાગને સાંધનારી પાયા સાથે સમાંતર એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૨૬ પ્રમેય—કોષ્ટ (અવક) ત્રિકોણની એક (અવ) બાજુના કોષ્ટ પણ ભાગ (ક) બિંદુથી (વક) પાયા સાથે દોરેલી સમાંતર (કઈ) લીટીથી બીજી (અક) બાજુના તેજ પ્રમાણે ભાગ થશે.

ધાર કે ક દૂભાગ બિંદુ છે તો ક બિંદુએ અવક દૂભાગાથે. વડ તથા કડ સાંધ. વકડ  $\Delta =$  વકડ  $\Delta$  (પે. ૨૭), અને વકડ  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક  $\Delta$   $\therefore$  વકડ  $\Delta = \frac{1}{2}$  અવક  $\Delta$   $\therefore$  કઈ  $= \frac{1}{2}$  અવક અને તેજ પ્રમાણે કોષ્ટ પણ ભાગને માટે થશે.

(બીજી રીત કકત દૂભાગને સાથે) કથી અવ સાથે કફ સમાંતર દોર. કઈને વધાર તે બંને ક આગળ મળશે. તો વકફડ સમાંતર બાજુ ચોખ્ખુ થશે. વડ  $=$  કફ (પે. ૩૪)  $\therefore$  અડ  $=$  કફ. એ અડ તથા કફ  $\Delta$  માં અડ  $=$  કફ,  $\angle$  કઈફ  $=$   $\angle$  અઈક (પે. ૧૫), અને  $\angle$  અઈક  $=$   $\angle$  કઈફ (પે. ૨૯)  $\therefore$  અઈ  $=$  કઈ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયલ ૨૭ પ્રમેય—કોષ્ટ (અવકડ) સમાંતર બાજુ ચો-

ખુણના ખુણને દ્વાગનારી લીટીઓના મળવાથી એક (ફગઈ) કારખુણ ચોખુણ થશે. અને તેની (ફક તથા ગઈ) કાંઈ લીટીઓ તે સમાંતર બાળુ (અવકાશ) ચોખુણની બાળુઓ સાથે સમાંતર થશે.

$\angle$ અડસ =  $\angle$ સડક (દ્વાગછે) અને  $\angle$ સડક =  $\angle$ અડસ (પે. ૨૯)  $\therefore \angle$ અડસ =  $\angle$ અસડ  $\therefore$  અડ = અસ (પે. ૧) અડક તથા અસક  $\triangle$ માં  $\angle$ ડઅક =  $\angle$ સઅક દ્વાગ છે, અડ = અસ અને અક સાધારણ માટે  $\angle$ અફડ =  $\angle$ અફસ (પે. ૪) માટે તે ૬૨ ક કારખુણ છે અને  $\angle$ અફડ =  $\angle$ ફગ (પે. ૧૫) વળી  $\angle$ અડક =  $\angle$ અવક (પે. ૩૪)  $\therefore \angle$ અડક =  $\angle$ અસક =  $\angle$ અવન (અરથા છે)  $\therefore$  સડ તથા વન સમાંતર (પે. ૨૮) અને તેજ પ્રમાણે કપ તથા અમ સમાંતર  $\therefore$  ફગઈ કારખુણ ચોખુણ, વળી  $\angle$ ડઅમ =  $\angle$ અમવ (પે. ૨૯) અને  $\angle$ ડઅમ =  $\angle$ મઅવ છે  $\therefore \angle$ અમવ =  $\angle$ મઅવ અનેઈ પાસેના કારખુણ છે. અને વડ સાધારણ  $\therefore$  અવઈ તથા મમઈ  $\triangle$ માં અઈ = મઈ (પે. ૨૬) તેમજ અવઈ તથા કડગ  $\triangle$ માં  $\angle$ કડગ =  $\angle$ અવઈ,  $\angle$ ગકડ =  $\angle$ ઈઅવ, અને અવ = કડ  $\therefore$  અઈ = કગ = મઈ અને કગ તથા મઈ સમાંતર છે  $\therefore$  ફગ તથા મક (મવ) સમાંતર અને બરાબર (પે. ૩૩) એજ પ્રમાણે ફહ તથા અવ સમાંતર એ સિદ્ધ.

મનોરથ ૨૮ પ્રમય—કોઈ (અવક) ત્રિકોણના (અ) શિરોબિંદુમાંથી કોઈ જનારી લીટી ગપર તેના પાયાના બે (વતથા ક) બિંદુઓ રેલાવડ તથા કફ) લંબાતેને મળે, તો તે અને પાયાના

(ઢ) મધ્ય ખિંડ સુધીનું (ઢઈ તથા ઢફ) અંતરે બરોબર થયે.

ઢઈને વધાર તે કફને ગ આગળ મળશે. વડઈ તથા કઢ ગઢમાં વડ = કઢ, = ઇડવ =  $\angle$ કઢગ (પે. ૧૫).  $\angle$ વડઈ =  $\angle$ કગઢ (પે. ૨૯).  $\therefore$  ઢઈ = ઢગ (પે. ૨૬) હવે ફઈગઢમાં  $\angle$  ફફગ કાટખૂણે છે. તેમાં ફઢ પાયાના ડ મધ્ય સુધી દોરાય છે  $\therefore$  ઢઈ = ઢફ (મ. ૩૨) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૯ કૃત્ય—કોમ (અવક) ત્રિકોણની એક (અવ) બાજુમાં (ઢ) ખિંડ આપ્યું છે; ત્યાંથી બીજી (અક) બાજુને મળે એની લાંબી દોરવી, કે તથા એક ત્રિકોણ મૂળના (અવક) ત્રિકોણની બરોબર થાય.

સાધન—ઢક સાંધ; વધી ઢક સાથે વડ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) ઢઈ સાંધ; તે કરવાનો અડઈ $\Delta$  થશે. . .

સિદ્ધતા—વઢક $\Delta$  = કઢઈ $\Delta$  (પે. ૩૭).  $\therefore$  અવક $\Delta$  = અડઈ $\Delta$  એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૦ પ્રમેય—એક (અવક) ત્રિકોણની એક (વક) બાજુની એક તરફ તેની ઉપર ત્રિકોણની ઊંચાઈથી બગણા (વડ તથા કઈ બંબ દોરીએ તેના છેડા અને બીજી બે (અવ તથા અક) બાજુના ફ તથા ગ દૂબાગ ખિંડ સાંધવાથી જે બે (વ ઢફ તથા કગઈ) ત્રિકોણ થશે. તે બેના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરોબર આપેલી ત્રિકોણ, તેની તે બાજુ સાથેના બે ઉ અથવા એક ખૂણા સાંકડો હશે. તે પ્રમાણે થશે.

અથા વક તથા વડ ઉપર લેમજ ફથી વક ઉપર, અઈ અ

લ તથા કમ લંબિતર (પે. ૧૨) લમ, હમ તથા અમ સાંધ. અહ તથા કમ સમાંતર છે અને અવને ક આગળ દૂભાગેલી છે. ∴ મ આગળ વહ દૂભાગશે. (પૂ. મ. ૨૧). ∴ અવહ  $\Delta = ૨$  અવમ  $\Delta$ , ૨લવમ  $\Delta =$  હવમ  $\Delta$  (પે. ૩૮) = વહફ  $\Delta$  તથા લમવ  $\Delta =$  અવમ (પે. ૩૭) ∴ અવહ  $\Delta =$  વહફ  $\Delta$  અને તેજ પ્રમાણે અવહ  $\Delta =$  કહગ  $\Delta$  માટે અવક  $\Delta =$  વહફ  $\Delta +$  કહગ  $\Delta$  એ સિદ્ધ.

મનોધત્ત ૩૧ પ્રમેય—એક (અવક) અતરમાં બે સામ-સામના ખૂણાને સાંધે એવી (અક, વહ) સાંકળો નાખવાથી માલમ પડ્યું, કે તેઓ તેની એક કહની સાથે ખરેખર ખૂણા ફરે છે. ને અક, અડની વચ્ચેના ખૂણા વક, વહની વચ્ચેના ખૂણાની ખરેખર છે તે અવ તથા કહ સમાંતર થશે.

∠કહઈ = ∠હકઈ છે માટે હઈ = કઈ (પે. ૧) અહઈ તથા વકઈ  $\Delta$  માં હઈ = કઈ, ∠હઅઈ = ∠કવઈ, (આપેલા છે) અને ∠અઈહ = ∠વઈક (પે. ૧૫) માટે અઈહ  $\Delta =$  વઈક  $\Delta$  (પે. ૨૧) માટે અવહ  $\Delta =$  અવક  $\Delta$  માટે અવ તથા કહ સમાંતર છે (પે. ૩૯) એ સિદ્ધ.

મનોધત્ત ૩૨ પ્રમેય—કોઈ (અવક) ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા થી તેની સામની બાજુના (ઈ, ક, ગ) દૂભાગ બિંદુ સાંધવાથી તેઓ જે એક (હ) બિંદુએ મળશે ત્યાંથી તે ખૂણા સુધીની લીટીઓથી તે ત્રિકોણના ત્રિભાગ થશે.

અઈ, ગક અને વક એક હ બિંદુએ મળશે (પૂ. મ. ૯) એ

ને અવઙ $\Delta$  = અકઙ $\Delta$ , તથા વઙ $\Delta$  = કઙ $\Delta$  (પે. ૩૮) માટે  
અવઙ $\Delta$  - વઙ $\Delta$  = અવઙ $\Delta$  = અવઙ - કઙ $\Delta$  = અકઙ $\Delta$  અને  
એજ પ્રમાણે અવઙ $\Delta$  = વકઙ $\Delta$ . ∴ અવઙ $\Delta$  = અકઙ $\Delta$  = વ  
કઙ $\Delta$  માટે એ ત્રિભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૭ પ્રમેય—આનુષ્ઠાના દૂભાગ બિંદુથી સામેના  
પૂણા સાંધનારી લીટીઓના (પૂ.મ. ૩૨ની આકૃતિમાં) તેઓના છે  
દન બિંદુ આગળ જે ભાગ થયે, તે એક કરતાં ખીજે બમણી થયે.  
ઢગ, ઢઈ અને ઢફ કરતાં ઢક, અઢ, અને વઢ બમણી  
થયે. અવઢ $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  અવક $\Delta$  = વઢક $\Delta$  (પૂ.મ. ૩૨) અને વઢઈ  
 $\Delta$  =  $\frac{1}{3}$  વઢક $\Delta$  માટે અવઢ $\Delta$  = ૨ વઢઈ $\Delta$  માટે અઢ = ૨ ઢઈ  
(પે. ૩૮) એજ પ્રમાણે કઢ = ૨ ઢગ અને વઢ = ૨ ઢફ એ  
સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૮ પ્રમેય—એકજ (અવ) પાયા ઉપર અને તેની  
એકજ તરફ કોઈ પણ બેમાંની એક આકૃતિ ખીજીની માંહી  
હશે તો બહારની આકૃતિની પરિમિતી માંહીની આકૃતિની  
પરિમિતી કરતાં વધે છે.

(૧) ધારકે  $\Delta$  આકૃતિ છે, તો તેની સિદ્ધતા (પે. ૨૧)  
ના જેવી પ્રત્યક્ષ છે.

(૨) ધારકે તે અવકઙ તથા અવઙ એ બે બે આકૃતિ છે,  
તો અફ તથા ફડને મ તથા ન સુધી વધાર. ફક સાંધ, અઢ  
+ ઢમધી અફ + ફગ ઓછી, ફમ + મકધી ફક ઓછી; ફક +  
કનધી ફડ + ડન ઓછી; અને ડન + વનધી વડ ઓછી (પે. ૨૦).

માટે અડ + (હમ + મક =) કહ + ફમ + ફક + (કન + નવ =) વક + ઇનથી અફ + ફમ + ફક + ફઈ + ઇન + વઈ આછીછે. અથવા અડ + કહ + વકથી અફ + ફઈ + વઈ આછીછે. એ સિધ્ધ, તેમજ પંચખુણુ, પષ્ટખૂણુ ઇત્યાદિને માટે વિદ્યાર્થી સિધ્ધ કરશે.

**મનોયલ ૩૫ પ્રમેય—**કોઈ (અવક) ત્રિકોણના ખુણાથી તે ઓની સામેની બાજુના દૂભાગ બિંદુને સાંધનારી લીટીઓના ઢ છેદત બિંદુ અને તેની એક (વક) બાજુના (ફ, ઇ) ત્રિભાગ બિંદુએ સાંધનારી (હફ તથા હઈ) લીટીઓ તેની બીજી બે (અવ તથા અક) બાજુ સાથે સમાંતર થશે.

અફ તથા અઈ સાંધ.  $અવહ\Delta = \frac{1}{3}અવક\Delta = અકહ\Delta$  (પૃ. ૩૦, ૩૨) અને  $અવફ\Delta = અકઈ\Delta = \frac{1}{3}અવક\Delta$  (પૃ. ૩૮)  $\therefore$   $અવહ\Delta = અવફ\Delta$  અને  $અકહ\Delta = અકઈ\Delta$ . અવ તથા ફ હ અને અક તથા હઈ સમાંતર (પૃ. ૩૯) એ સિધ્ધ.

**મનોયલ ૩૬ પ્રમેય—**પહેલા સ્કંધની ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં હવ અને ઈકને વધારવાથી તેઓ ફગ અને કેહ ને મ અને ન બિંદુએ મળે તો તેથી થએલા વક્રમ અને ક કેને ત્રિકોણ અવક ત્રિકોણની બરોબર થશે.

$\angle વક્રમ = \angle અવક$  (કાટખૂણા) અને  $\angle ફવમ + \angle ફમવ = \angle અવમ + અવક = 1 કાટખૂણા$ ; પણ  $\angle ફમવ = \angle અવમ$  (પૃ. ૨૯)  $\therefore \angle વક્રમ = \angle અવક$  અને વક્ર = અવ  $\therefore$   $ફવમ\Delta = અવક\Delta$  (પૃ. ૨૬) એમજ કકેન  $\Delta = અવક\Delta$  એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૩૭ પ્રમેય—ઉપરનો આકૃતિમાં ફગ અને કે. હોય વધારી તો તેઓ પ આગળ મળશે ત્યાંથી વપ, અપ અને કપને સાંધનારી કફ, વક અને વકે ઉપર લંબ થશે.

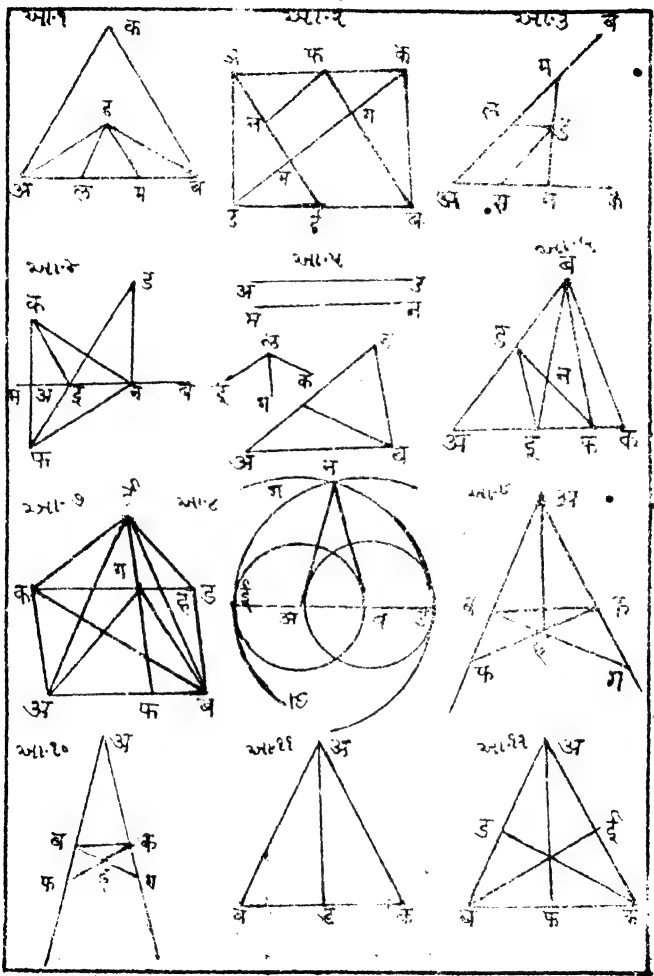
અવક તથા અગપ $\Delta$ માં અવ = અગ, ગપ = અહ (પે. ૩૪) = અક તથા  $\angle$ અગપ =  $\angle$ વઅક (કાટખૂણા)  $\therefore \angle$ અગપ =  $\angle$ અવક (પે. ૪) અને  $\angle$ કઅલ =  $\angle$ ગઅપ (પે. ૧૫)  $\therefore \angle$ અલક =  $\angle$ અગપ (પે. ૩૨) માટે તેઓ કાટખૂણા હવે  $\angle$ અવક +  $\angle$ અવક =  $\angle$ વઅગ +  $\angle$ ગઅપ (=  $\angle$ અવક)  $\therefore \angle$ ફવક =  $\angle$ વઅપ અને અવ = વક તથા અપ = વક  $\therefore \angle$ અવવ =  $\angle$ ફવક (પે. ૪) અને  $\angle$ કરલ =  $\angle$ પરસ (પે. ૧૫)  $\therefore \angle$ રલક =  $\angle$ પસર = કાટખૂણા અને તેજ પ્રમાણે  $\angle$  પક્ષર પણ કાટખૂણો છે  $\therefore$  વપ, અપ અને કપ તે કફ, વક અને વકે ઉપર લંબ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૮ પ્રમેય—કોઈ (અવક) ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળા કરતાં (અવક) ચોખૂણાના ખૂણાનો સરવાળો બમણો થાય. (અવક) પંચખૂણાના ત્રણ; (અવક) ૬ ફ ખૂણાનો ચોગણો ધત્વાદિ થશે.

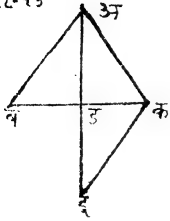
અવ ક, અફ, વક અને વક $\Delta$ ના ખૂણાનું માપ બે કાટખૂણા બરાબર છે (પે. ૩૨) માટે અવક $\Delta$ નાથી અવક ચોખૂણાના ખૂણાનું માપ બમણું છે. તેમજ પંચખૂણાના ખૂણાનું માપ ત્રણ, ૬ ખૂણાના ખૂણાનું માપ ચોગણું છે ધત્વાદિ એ સિદ્ધ.



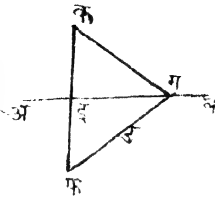




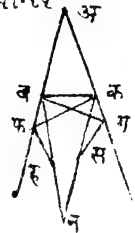
आ.१३



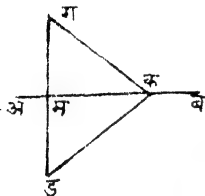
आ.१४



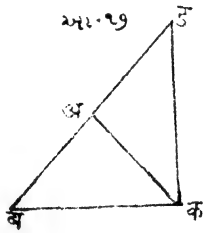
आ.१५



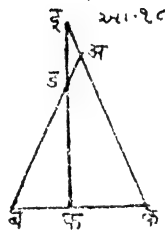
आ.१६



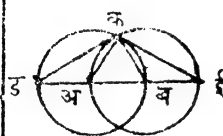
आ.१७



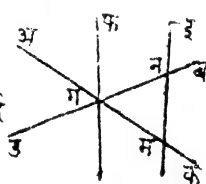
आ.१८



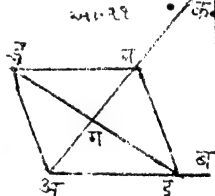
आ.१९



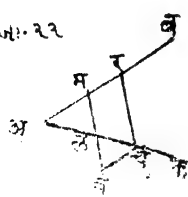
आ.२०



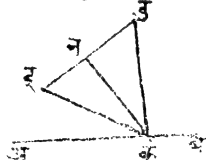
आ.२१



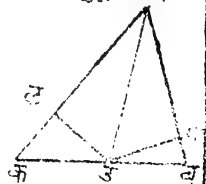
आ.२२



आ.२३

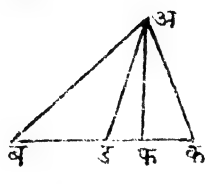


आ.२४

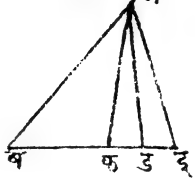




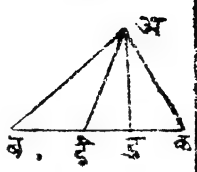
आ.३५



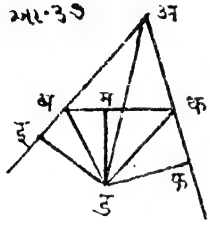
आ.३५अ



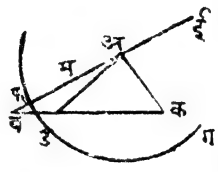
आ.३५ब.



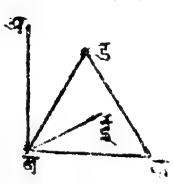
आ.३७



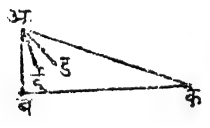
आ.३८



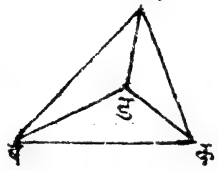
आ.३८



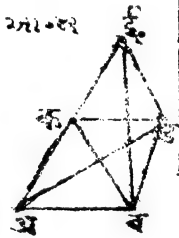
आ.४०



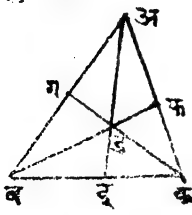
आ.४१



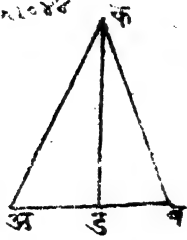
आ.४२



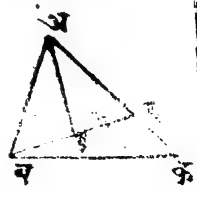
आ.४३अ

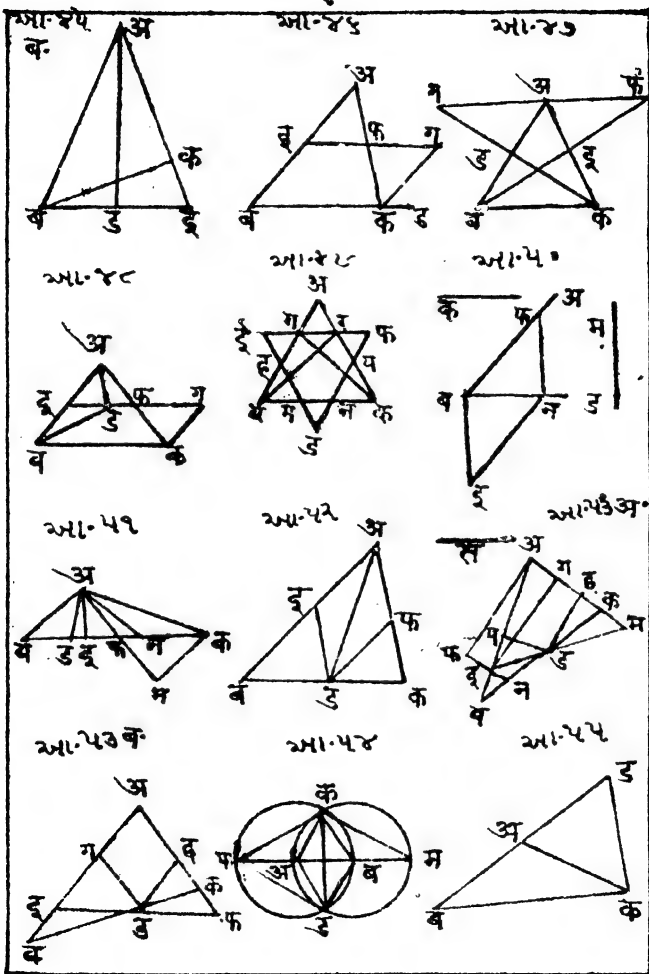


आ.४४

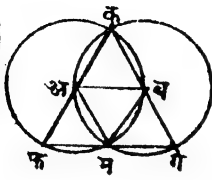


आ.४४

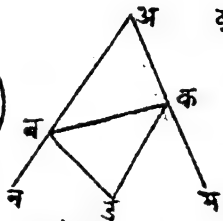




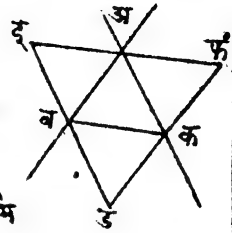
आ.पे.५.



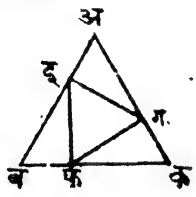
आ.पे.५



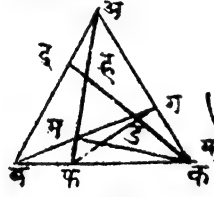
आ.पे.६.



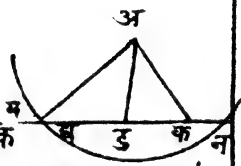
आ.पे.७.अ.



आ.पे.७.ब.



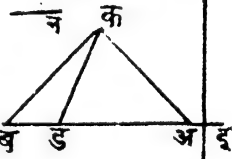
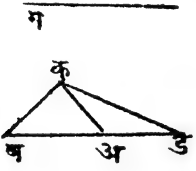
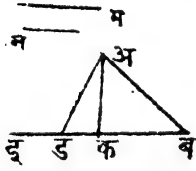
आ.५०



आ.५१

आ.५२.अ.

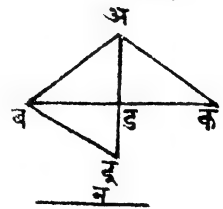
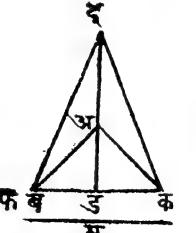
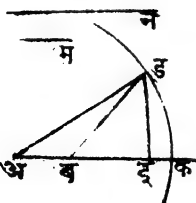
आ.५२.ब.



आ.५३

आ.५४.अ.

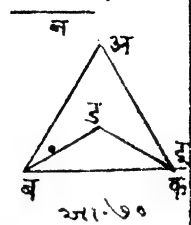
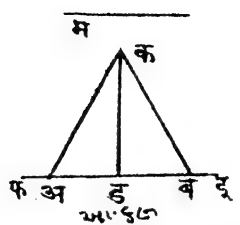
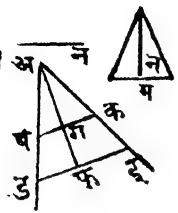
आ.५४.ब.



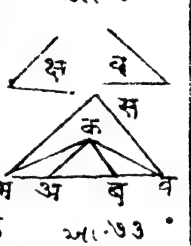
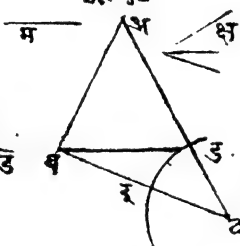
आ. ५५

आ. ५६

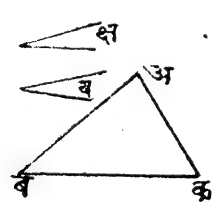
आ. ५७



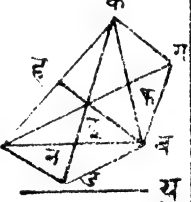
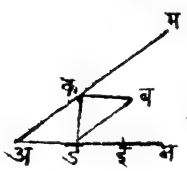
आ. ५८



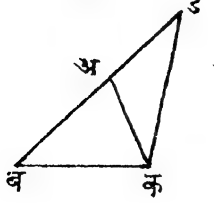
आ. ६०



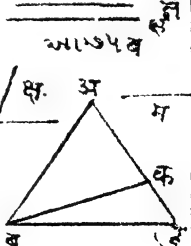
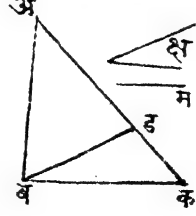
आ. ६१



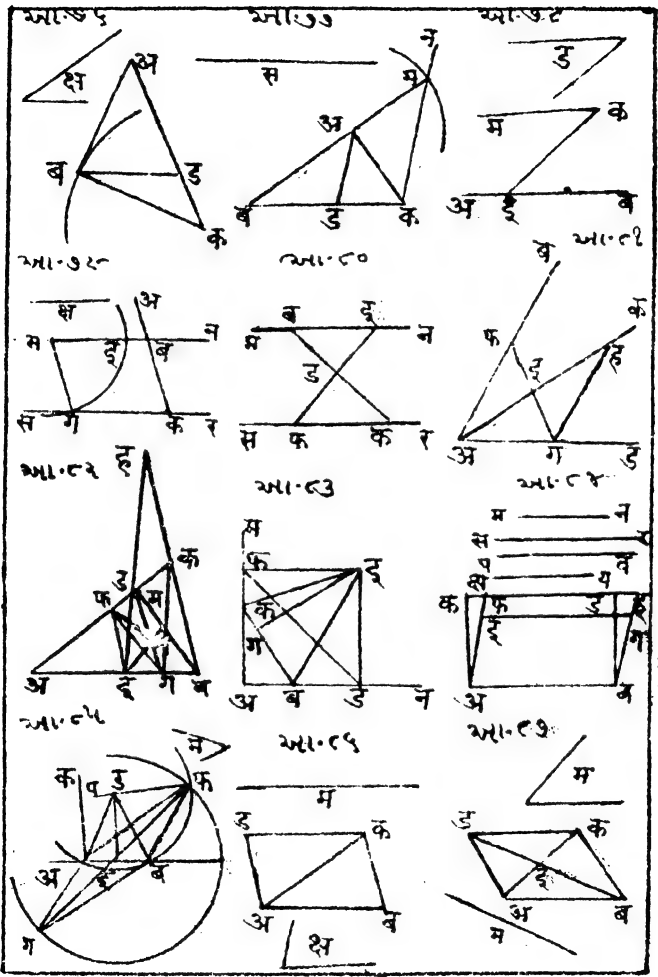
आ. ६३



आ. ६४







आ.८८ अ.

आ.८८ ब.

आ.८८ ग.

आ.८९

आ.९०

आ.९१

आ.९२

आ.९३

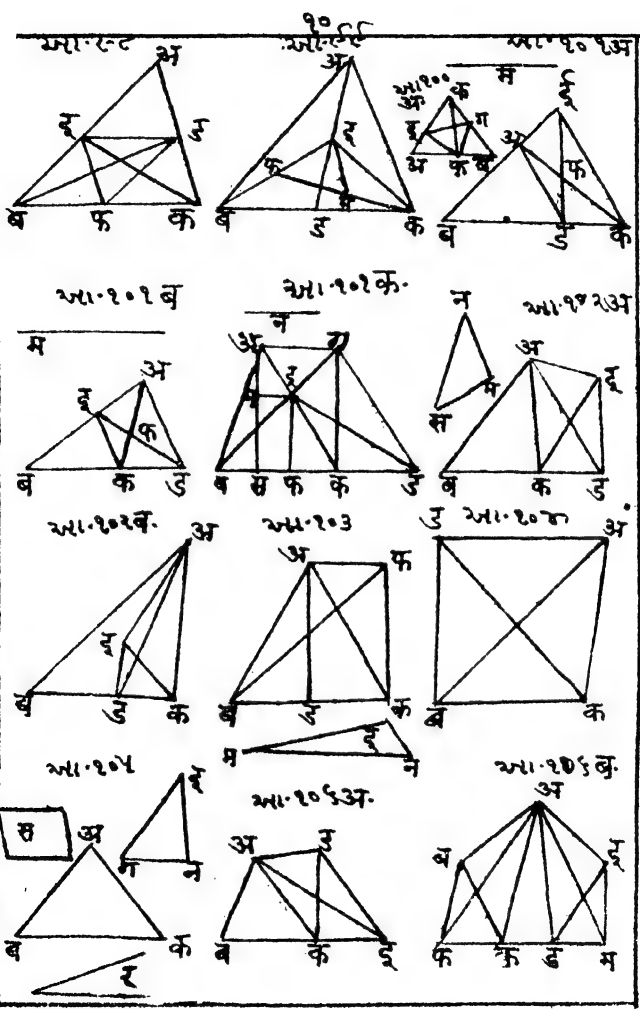
आ.९४ अ.

आ.९४ ब.

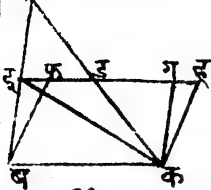
आ.९५

आ.९६

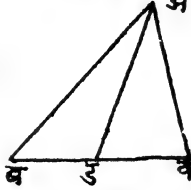
आ.९७



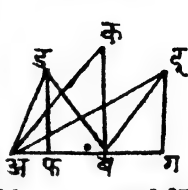
आ.१०७



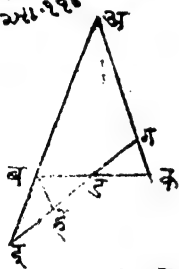
आ.१०८



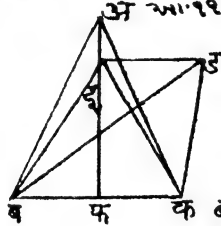
आ.१०९



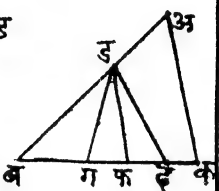
आ.११०



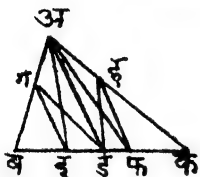
आ.१११



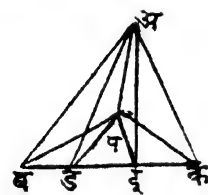
आ.११२अ.



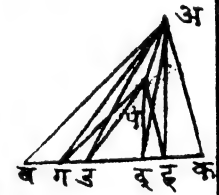
आ.११२ब.



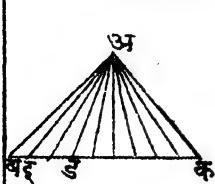
आ.११२क



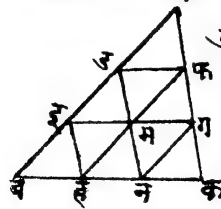
आ.११२ड.



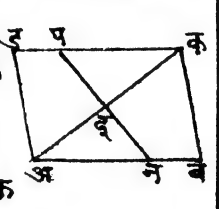
आ.११३अ



आ.११३ब. अ



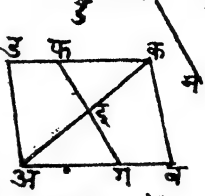
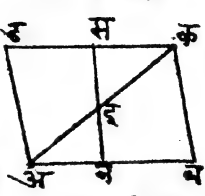
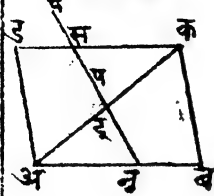
आ.११३ग



आ.११४ब.

आ.११४क

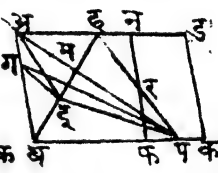
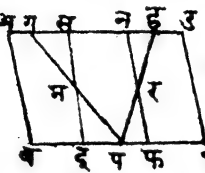
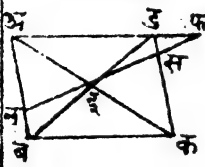
आ.११४म



आ.११५

आ.११५अ

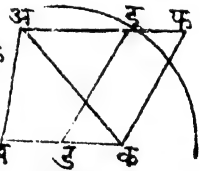
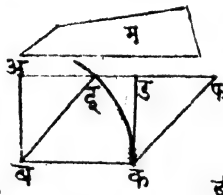
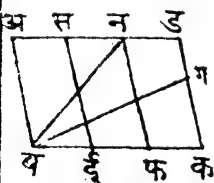
आ.११५ब



आ.११६क.

आ.११७

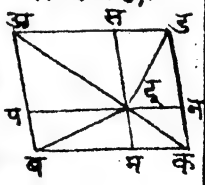
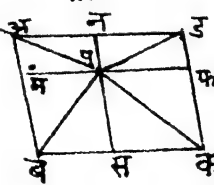
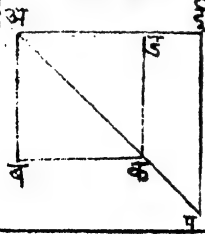
आ.११८



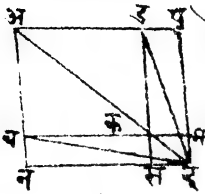
आ.११८

आ.१२०

आ.१२१अ.

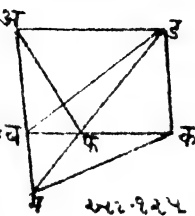


आ.१२१ बौ



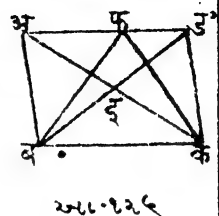
आ.१२२

आ.१२२

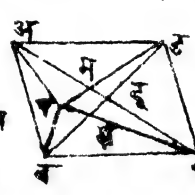
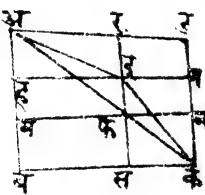


आ.१२३

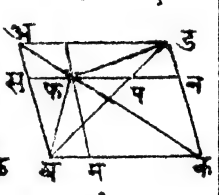
आ.१२३



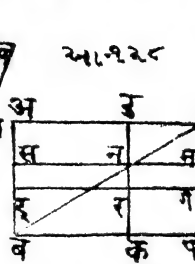
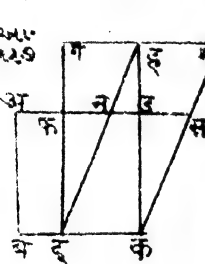
आ.१२४



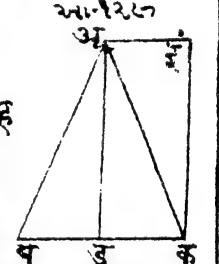
आ.१२५



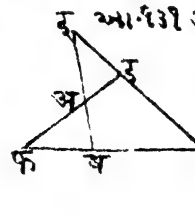
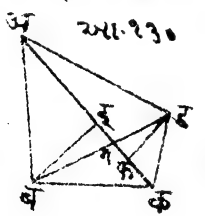
आ.१२६



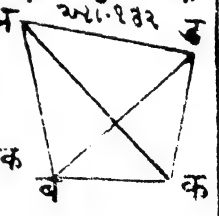
आ.१२७



आ.१२८



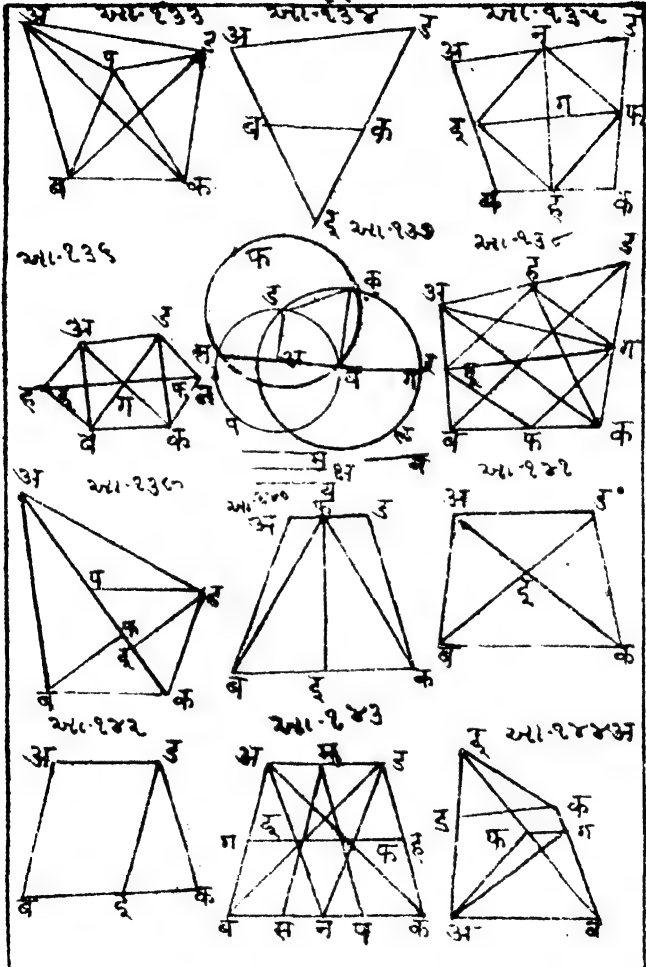
आ.१२९



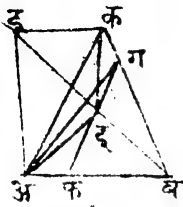
आ.१३०

आ.१३१

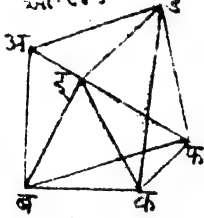
आ.१३२



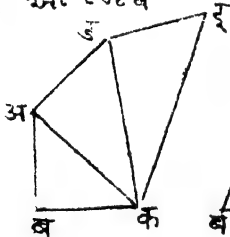
आ. १४४व



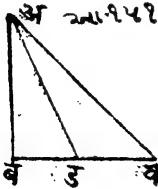
आ. १४३



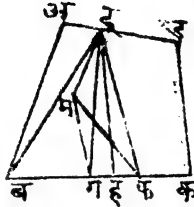
आ. १४८व



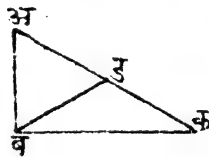
आ. १४१



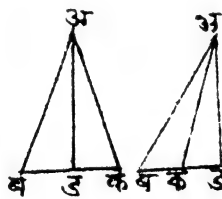
आ. १४४क



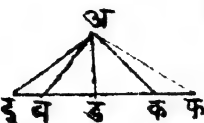
आ. १४०



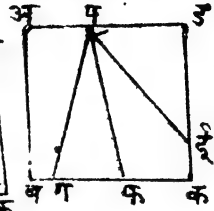
आ. १४६



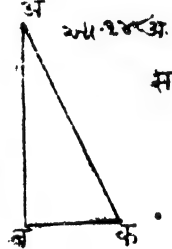
आ. १४२



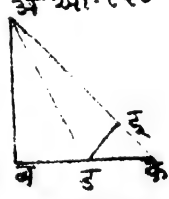
आ. १४४ख



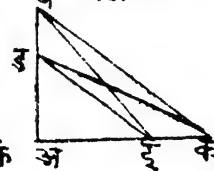
आ. १४४अ



आ. १४०



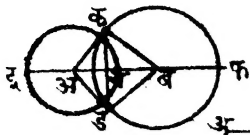
आ. १४३



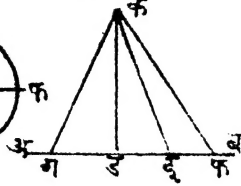




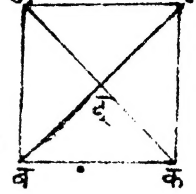
आ.१



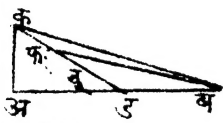
आ.२



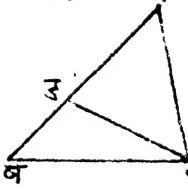
आ.३



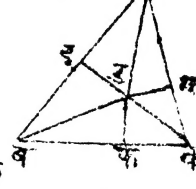
आ.४



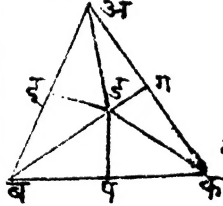
आ.५



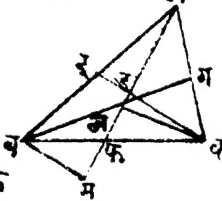
आ.६



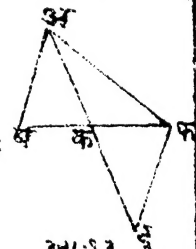
आ.७



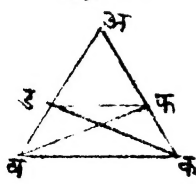
आ.८



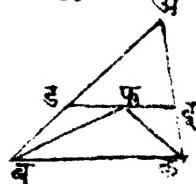
आ.९



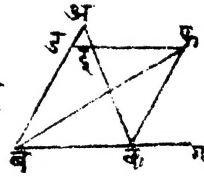
आ.१०



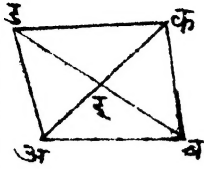
आ.११



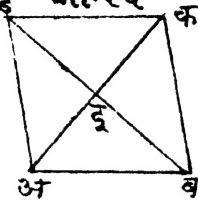
आ.१२



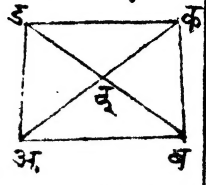
आ.१४



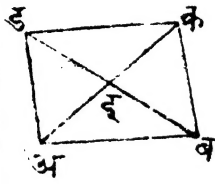
आ.१५



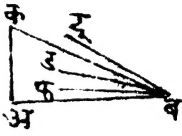
आ.१६



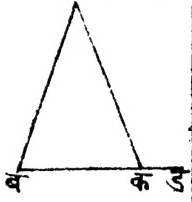
आ.१७



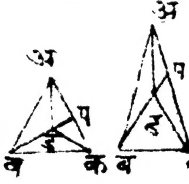
आ.१८



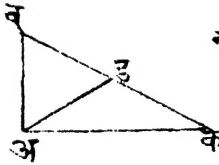
आ.१९



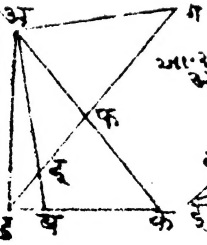
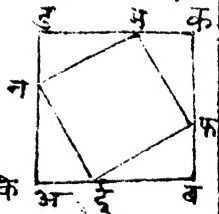
आ.२०



आ.२१

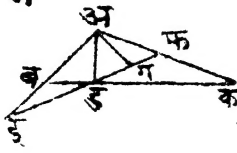


आ.२२



आ.२३

आ.२३



आ.२४

